

PIAAC

Program pro mezinárodní hodnocení kompetencí dospělých

**NUMERICKÁ GRAMOTNOST DOSPĚLÝCH:
KONCEPTUÁLNÍ RÁMEC PRO PIAAC**

Březen 2009

Obsah

| | |
|---|----|
| Oddíl 1..... | 5 |
| Důvody pro hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC..... | 5 |
| 1.1 Přehled..... | 5 |
| 1.2 Důvody pro hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC..... | 6 |
| Oddíl 2..... | 8 |
| Konceptuální a teoretické základy numerické gramotnosti dospělých..... | 8 |
| 2.1 Numerická gramotnost jako kompetence..... | 9 |
| 2.2 Kontexty a nároky na numerickou gramotnost..... | 9 |
| 2.2.1 Role čtenářské a numerické gramotnosti v životě dospělých..... | 10 |
| 2.2.2 Numerická gramotnost na pracovištích a v pracovních prostředích..... | 11 |
| 2.2.3 Pedagogické názory na numerickou gramotnost a informovaná účast veřejnosti .. | 13 |
| 2.2.4 Více o situacích numerické gramotnosti a o nárocích na ni..... | 14 |
| 2.3 K definici numerické gramotnosti v PIAAC..... | 16 |
| 2.3.1 Názory na numerickou gramotnost [dospělých]..... | 16 |
| 2.3.2 Vazby mezi čtenářskou a numerickou gramotností..... | 18 |
| 2.3.3 Numerická gramotnost a numericky gramotné jednání ve studii ALL..... | 19 |
| 2.3.4 Definice numerické gramotnosti pro PIAAC..... | 20 |
| Oddíl 3..... | 23 |
| Aspekty numerické gramotnosti..... | 23 |
| 3.1 Aspekty numericky gramotného jednání..... | 23 |
| 3.1.1 Aspekt 1: Kontexty..... | 23 |
| 3.1.2 Aspekt 2: Reagování..... | 24 |
| 3.1.3 Aspekt 3: Matematický obsah/informace/představy..... | 26 |
| 3.1.4 Aspekt 4: Reprezentace matematických informací..... | 28 |
| 3.2 Podpůrné procesy: kognitivní a nekognitivní..... | 29 |
| 3.2.1 Matematické vědomosti a konceptuální porozumění..... | 29 |
| 3.2.2 Adaptivní uvažování a dovednost řešit problémy..... | 29 |
| 3.2.3 Čtenářské dovednosti..... | 29 |
| 3.2.4 Znalost kontextu/světa..... | 30 |
| 3.2.5 Názory a postoje..... | 30 |
| 3.2.6 Zkušenosti a praktiky spojené s numerickou gramotností..... | 31 |
| Oddíl 4..... | 32 |
| Tvorba škály: Principy, omezení, zavádění..... | 32 |
| 4.1 Obecné názory na formulaci úloh pro hodnocení numerické gramotnosti dospělých.... | 32 |
| 4.1.1 Autenticita a realismus úloh..... | 32 |
| 4.1.2 Formát a kódování úloh..... | 33 |
| 4.1.3 Použití kalkulačků a dalších pomůcek a předmětů..... | 33 |
| 4.2 Způsob hodnocení v PIAAC..... | 34 |
| 4.2.1 Adaptivní testování..... | 34 |
| 4.2.2 Banky úloh a škálování..... | 35 |
| 4.3 Principy hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC..... | 36 |
| 4.4 Faktory ovlivňující složitost úloh/testových položek..... | 38 |
| Oddíl 5..... | 39 |
| Rozdíly mezi numerickou gramotností PIAAC a příbuznými škálami..... | 39 |
| 5.1 Hodnocení dospělých..... | 39 |
| 5.2 Hodnocení žáků..... | 40 |
| 5.3 Další problémy srovnávání rozsáhlých projektů hodnocení..... | 41 |
| Oddíl 6..... | 43 |
| Shrnutí a další poznámky..... | 43 |
| Oddíl 7..... | 45 |
| Seznam literatury..... | 45 |

| | |
|--|----|
| PŘÍLOHA 1: FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ SLOŽITOST TESTOVÝCH POLOŽEK V ÚLOHÁCH NUMERICKÉ GRAMOTNOSTI | 51 |
| 1. Dosavadní výzkum složitosti úloh | 51 |
| 2. Faktory složitosti v průzkumu ALL | 53 |
| 2.1 Typ přiřazení/Srozumitelnost problému | 54 |
| 2.2 Věrohodnost distraktorů | 55 |
| 2.3 Složitost matematické informace | 55 |
| 2.4 Typ operace/dovednost | 56 |
| 2.5 Očekávané množství operací | 56 |
| 3. Celková úroveň složitosti | 56 |
| PŘÍLOHA 2: SKÓROVÁNÍ JEDNOTLIVÝCH FAKTORŮ SLOŽITOSTI | 51 |

NUMERICKÁ GRAMOTNOST DOSPĚLÝCH: KONCEPTUÁLNÍ A EVALUAČNÍ RÁMEC PRO PIAAC

Členové expertní skupiny pro numerickou gramotnost:

Iddo Gal (Izrael; předseda), Dave Tout (Austrálie), Sean Close (Irsko), Myrna Manly (USA), Lene Johansen (Dánsko), Terry Maguire (Irsko), Silvia Alatorre (Mexiko), Jeff Evans (Velká Británie).

Úvod

1. Tento dokument představuje rámec pro utváření pojmu **numerické gramotnosti** (**numeracy**) a pro tvorbu škály hodnocení numerické gramotnosti dospělých jako součásti programu OECD *Programme for International Assessment of Adult Competencies* (Program pro mezinárodní hodnocení kompetencí dospělých – dále PIAAC). Numerická gramotnost je zde pojímána jako schopnost dospělých získávat, používat, interpretovat a sdělovat matematické informace a představy tak, aby je dokázali využívat ke zvládnutí matematických nároků řady situací v životě dospělých.

2. Problémy konceptualizace a hodnocení, jimiž se tento dokument zabývá, byly zpracovány na základě několika směrů dosavadní práce. Tento dokument staví na konceptuálních a evaluačních dokumentech z předchozích výzkumů dovedností dospělých a na poznatcích z nich, především z projektu *Adult Literacy and Lifeskills* (Gramotnost dospělých a dovednosti pro život – dále ALL) a ze studie *International Adult Literacy Survey* (Mezinárodní výzkum funkční gramotnosti dospělých – dále IALS), ale také z výzkumů zaměřených na žáky (např. PISA, TIMSS). Členové expertní skupiny numerické gramotnosti PIAAC při přípravě tohoto dokumentu důkladně prostudovali odbornou literaturu a výzkumné zprávy o příslušných oblastech, jako jsou například kompetence dospělých, pracovní kompetence, vzdělávání dospělých či výuka matematiky a statistiky. V letech 2006–2007 obdrželi rovněž náměty a zpětnou vazbu od mezinárodní skupiny expertů a všechny účastnické země měly možnost reagovat na koncept, který jim byl rozeslán v roce 2008.

3. Tento dokument je členěn do šesti oddílů, které pokrývají samostatná, nicméně vzájemně propojená témata:

- Oddíl 1. Důvody pro hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC
- Oddíl 2. Konceptuální a teoretické základy numerické gramotnosti dospělých
- Oddíl 3. Aspekty numerické gramotnosti
- Oddíl 4. Vývoj škál: Principy, omezení, zavádění
- Oddíl 5. Rozdíly mezi numerickou gramotností v PIAAC a příbuznými konstrukty a škálami
- Oddíl 6. Shrnutí a další poznámky

Oddíl 1.

Důvody pro hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC

1.1 Přehled

4. PIAAC je politicky motivovaná iniciativa s cílem poskytnout politickým činitelům a klíčovými aktéry na národní i mezinárodní úrovni informace, které mohou ovlivnit tvorbu politických programů a plánování sociálních zásahů a programů. Hlavní cíl PIAAC (OECD 2006) je dvojitý. Prvním úkolem je zjistit a změřit rozdíly uvnitř zemí a mezi nimi z hlediska „kompetencí pro informační společnost – zájmů, postojů a schopností jednotlivců získávat, zpracovávat, začleňovat a hodnotit informace, vytvářet nové vědomosti a sdělovat je ostatním tak, aby mohli reálně participovat v informační společnosti.“ Druhým záměrem je zjistit, zda existuje souvislost mezi kompetencemi dospělých a ekonomickými a společenskými výsledky, o nichž se předpokládá, že jsou základem osobního i společenského úspěchu (např. příjem, zaměstnání, získané vzdělání, účast na dalším vzdělávání), případně s dalšími výsledky či procesy na úrovni jednotlivce (např. zdraví, sociální kapitál) či pracoviště a se změnami v určitých etapách života, jako je přechod ze školy do zaměstnání, popř. další fáze.

5. OECD očekává (OECD 2006), že PIAAC poskytne politickým činitelům spolehlivé, validní a hodnotné informace, identifikuje v účastnických zemích výkony dospělých s nízkými skóre a poskytne rovněž technické prostředky, které postihnou dovednosti čtení a myšlení vyšší úrovně. Proto hodnocení kompetencí v PIAAC předpokládá užití počítačů, ale dospělým, kteří nemají zkušenosti s prací na počítači či kteří se při práci s nimi necítí dobře, umožňuje použít i papír a pero.

6. Dále se předpokládá, že PIAAC umožní navázat na uvedená dvě předchozí mezinárodní hodnocení dospělých – na IALS a na ALL. Devatenáct zemí OECD¹ se zúčastnilo buď IALS nebo ALL a devět se zúčastnilo obou. Pro tyto země je důležité, aby hodnocení PIAAC umožnilo využít jejich předchozích investic a aby ukázalo, jak se kompetence dospělých od předchozího či předchozích měření změnilo. Stejně důležité pro maximalizaci předchozích investic těchto zemí do vzdělávání dospělých je zvýšit hodnotu IALS a ALL snahou o inovace: mají se rozšířit jak dovednosti, které mají být měřeny, tak způsoby jejich měření. Protože cílem PIAAC je provázat jeho výsledky s předchozími mezinárodními hodnoceními dospělých, OECD stanovilo, že 60 % úloh pro měření čtenářské a numerické gramotnosti musí vycházet ze souborů úloh použitých v ALL a IALS. Výsledkem je, že konceptuální rámec pro hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC dodržuje konceptuální a pragmatické vazby na rámec numerické gramotnosti zpracovaný pro ALL.

7. OECD vyslovila přání, aby hodnocení PIAAC bylo konceptuálně kompatibilní s PISA. Žádné přímé statistické vazby ani shodné položky mezi těmito dvěma evaluačními programy se sice nevyžadují, ale jisté propojení by mohlo politickým činitelům poskytnout informace o škále kompetencí v průběhu celého života, umožnit analýzy příčin, následků a souvislostí toho, jak jsou kompetence rozloženy, a mohlo by pomoci stanovit důsledky a odpovídající sociální zásahy.

¹ Mezi země, které se zúčastnily IALS, patří: Austrálie, Belgie (vlámská komunita), Česká republika, Dánsko, Finsko, Irsko, Itálie, Kanada, Korea, Maďarsko, Německo, Nizozemsko, Norsko, Nový Zéland, Polsko, Spojené státy, Švédsko, Švýcarsko a Velká Británie. Mezi země, které se zúčastnily první fáze ALL, patří: Bermudy, Itálie, mexický stát Nuevo León, Kanada, Norsko, Spojené státy a Švýcarsko. Druhé fáze se zúčastnily: Austrálie, Korea, Maďarsko, Nizozemsko a Nový Zéland.

1.2 Důvody pro hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC

8. 'Numerická gramotnost' je v celkovém rámci PIAAC složkou širšího souboru 'kompetencí funkční gramotnosti'. Numerická gramotnost by ovšem měla být chápána jako klíčová kompetence, která není součástí 'čtenářské gramotnosti' tak, jak byl tento termín tradičně definován prostřednictvím čtení, psaní a chápání významu textu či komunikace prostřednictvím textu. Čtenářská a numerická gramotnost v tradičním smyslu slova mají sice nějaké vazby, numerická gramotnost je však obecný konstrukt s vlastním životem a v životech dospělých hraje ústřední a často velmi výraznou roli. Další oddíl se věnuje různým aspektům, které utvářejí koncept numerické gramotnosti a vedou k definici numerické gramotnosti pro PIAAC a k popisu stránek či aspektů numericky gramotného jednání (*numerate behavior*).

9. Tento dokument je založen na předpokladu, že hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC je potřebné a cenné (Willms, 2006; Murray, 2006), na základě čtyř rozdílných, nicméně provázaných důvodů:

(a) **Numerická gramotnost je podstatná pro dospělé i pro společnosti, v nichž žijí.**

Základní početní či matematické znalosti byly vždy považovány za součást základních dovedností, které dospělí potřebují k tomu, aby byli úspěšní ve svém každodenním pracovním i společenském životě. Společnosti nyní předkládají občanům ze všech sociálních vrstev množství informací z různých oblastí života, jako jsou například faktory zdravotního rizika, školní výsledky či finanční plánování a investice do pojištění. Pracoviště se stále více zajímají o zapojení všech pracovníků do zvyšování efektivity a kvality, s čímž roste i význam matematických dovedností. Dovednosti spjaté s numerickou gramotností se pro začlenění do pracovního trhu ukázaly jako klíčové, někdy i více než dovednosti čtenářské. U dospělých s nízkou úrovní dovedností z oblasti numerické gramotnosti (*numeracy*) a čtenářské gramotnosti (*literacy*) existuje vyšší riziko nezaměstnanosti či potřeby sociální podpory. A konečně některé numerické dovednosti jsou považovány za podstatné v postsekundárním vzdělávání v mnoha oborech, jako jsou přírodní vědy, strojírenství a technika. (Jones, 1995; Murnane, Willett & Levy, 1995; Hoyles, Wolf, Molyneux-Hodson & Kent, 2002; Coulombe, Tremblay & Marchand, 2004; Desjardins, Murray, Clermont & Werquin, 2005).

(b) **Ve veřejné politice mnoha zemí jsou investice do čtenářské a numerické gramotnosti oddělené.**

Na oddělené získávání dovedností v těchto základních oblastech se klade důraz jak v průběhu základní i střední školy, tak při vzdělávání dospělých i v neformálních strukturách učení. Státy očekávají, že investice do čtenářské a numerické gramotnosti zvýší schopnost občanů samostatně přispívat ke svému vlastnímu rozvoji a finančnímu zabezpečení a snižovat tak potřebné budoucí sociální výdaje a zároveň se zapojovat do hospodářského a společenského života ve společnosti sycené informacemi (Evropská komise, 1996). Je známá důležitost numerické gramotnosti pro další vzdělávání, rekvalifikace a osvojování nových dovedností, které vyplývají z nutnosti profesního rozvoje (Marr & Hagston, 2007). Nároky na vyšší výkonnost v oblasti numerické gramotnosti ovlivní zaměstnatelnost pracovní síly.

(c) **Opatření vzdělávací politiky ve vztahu k numerické a čtenářské gramotnosti jsou odlišná.**

Snahy o zvyšování numerické a čtenářské gramotnosti jednotlivých skupin populace nejsou prosazovány prostřednictvím stejných mechanismů – často vyžadují odlišné odborníky, zdroje i učební systémy, protože jsou založeny na odlišných vědomostních komponentách i učebních trajektoriích. Je nezbytné, aby státy měly informace o numerické gramotnosti svých občanů a pracovníků, nezávisle na ostatních oblastech kompetencí, aby jejich představitelé mohli

posoudit, jaký lidský kapitál je k dispozici pro další rozvoj, plánovat učební možnosti jak školní, tak celoživotní a aby mohli lépe identifikovat faktory, které ovlivňují občany při získávání a používání numerických dovedností (Johnston & MacGuire, 2005).

- (d) **Úroveň dovedností numerické gramotnosti nelze dobře měřit pomocí měřítek čtenářské gramotnosti.** Úroveň *numerické gramotnosti* v populaci nelze prezentovat pomocí výsledků v testech čtenářské gramotnosti, které měří, jak dobře umějí lidé číst, zpracovávat a chápat různé typy textů a dokumentů či pomocí takovýchto textů komunikovat. Jak je dále vysvětleno podrobněji, numerická gramotnost zahrnuje mimo jiné zvládnutí aritmetických postupů, chápání poměrů a pravděpodobnosti, chápání numerického, geometrického a grafického znázornění kvantitativních informací, kritickou interpretaci statistických a matematických informací, schopnost řešit různé typy kvantitativních problémů a další prvky či postupy, které mají velmi málo společného s tím, co je součástí měření čtenářské gramotnosti (Coben, 2000; Gal, van Groenestijn, Manly, Schmitt & Tout, 2005).

10. Je zřejmé, že hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC může politickým činitelům a jiným aktérům poskytnout pevný základ pro posouzení skutečného rozložení numerických kompetencí v dospělé populaci.

Oddíl 2.

Konceptuální a teoretické základy numerické gramotnosti dospělých

11. Vytvořit definici ‘numerické gramotnosti’ (*numeracy*) v mezinárodním kontextu je náročný úkol. Podobně jako čtenářská gramotnost má i pojem numerická gramotnost v různých zemích a jazycích různé významy. V některých zemích se numerická gramotnost vztahuje k základním dovednostem, jejichž zvládnutí se od žáků očekává jakožto předpoklad pro výuku formální matematiky na vyšších stupních. V dalších zemích zahrnuje numerická gramotnost širokou škálu dovedností, znalostí a dispozic, které by měli dospělí zvládat, ale které nemusí nutně souviset s formálním vzděláním (Baker & Street, 1994; NRDC, 2006). A některé země dokonce ani pro numerickou gramotnost nemají termín; odborníci a překladatelé proto museli v takových zemích jako součást debat o vzdělávání či debat politických vytvořit nové slovo (např. ‘Numeratie’ v Kanadě, ‘Numeralitet’ v Dánsku) či použít jiné výrazy, jako například ‘matematická gramotnost’ (*mathematical literacy*), ‘funkční matematika’ (*functional mathematics*), či termíny obdobné ‘počítařským schopnostem’ (*computational ability*). Takováto rozmanitost terminologie a absence termínu, který by uspokojoval politické činitele, může znesnadnit komunikaci s politickými činiteli zainteresovanými na PIAAC i mezi nimi navzájem.

12. Šíře významů přisuzovaná pojmu numerická gramotnost a absence ekvivalentního termínu v jednotlivých jazycích může způsobit nepochopení nebo mezery v očekávání ohledně toho, co se bude škálou numerické gramotnosti v PIAAC měřit. To může ovlivnit názor na politickou relevanci škály numerické gramotnosti. Proto je třeba zajistit, aby diskuse o hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC byly založeny na konsensu, pokud jde o obsah pojmu, a na uznání jeho stěžejního významu v celém spektru situací dospělého života.

13. Je nutné pamatovat na to, že výsledky hodnocení numerické gramotnosti budou ovlivněny *současně* dvěma provázanými činiteli – (1) podobou konceptu, který popisuje matematickou gramotnost a její složky, (2) podobou evaluace, která popisuje, jak je obecný pojem numerické gramotnosti operacionalizován a jak se promítá do povahy a šíře úloh použitých v hodnocení a do způsobu administrace a skórování. Konceptualizace a hodnocení numerické gramotnosti dospělých samozřejmě přináší řadu otázek, jako: S jakými klíčovými úlohami numerické gramotnosti se dospělí v životě setkávají? Které aspekty či oblasti jsou součástí ‘numerické gramotnosti dospělých’? Jaké jsou rozdíly a shody mezi numerickou gramotností a příbuznými klíčovými konstrukty, jako například ‘kvantitativní gramotnost’ (*quantitative literacy*) měřená v IALS nebo matematická gramotnost (*mathematical literacy*), měřená v PISA?

14. Tento oddíl je rozdělen do tří kapitol. V kapitole 2.1 je shrnuto, jak OECD definuje pojem ‘kompetence’. V kapitole 2.2 je přehled kontextů a situací v životech dospělých, které vyžadují numerickou gramotnost. Kapitola 2.3 zkoumá vývoj pojmu numerické gramotnosti, její předchozí definice a koncepty a dochází k definici numerické gramotnosti pro PIAAC. Následující oddíl 3 se dále zabývá aspekty numericky gramotného jednání (*numerate behavior*) – jeho kontexty, očekávanými reakcemi, oblastmi matematických informací a představ a reprezentací ve vztahu k operacionalizaci konstruktu numerické gramotnosti pro konstrukci škály. Rovněž se zabývá využitím procesů – jak kognitivních, tak nekognitivních či dispozičních – které jsou základem numericky gramotného jednání. Následující oddíly shrnují principy hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC a komentují rozdíly a shody mezi numerickou gramotností v PIAAC a příbuznými koncepty měřenými v IALS a PISA.

2.1 Numerická gramotnost jako kompetence

15. Konceptualizace numerické gramotnosti v programu, který je orientován na 'kompetence čtenářské gramotnosti v informační společnosti', musí odpovídat širšímu pojmu 'kompetence'. Předchozí práce v projektu *Definition and Selection of Competencies* ([Definice a volba kompetencí], dále DeSeCo; viz Rychen & Salganic, 2003) pro OECD definovala kompetenci jako 'schopnost úspěšně zvládat individuální či společenské požadavky nebo vykonat činnost či úkol'. Náhled DeSeCo, který byl přijat PIAAC a rovněž ovlivnil tvorbu škál pro hodnocení v PISA, dává důraz na to, jak jednotlivci pracují v případě, že jsou na ně kladeny vnější nároky, které mohou plynout z osobního či společenského kontextu. DeSeCo (2002: 8–9) definuje kompetence jako vnitřní mentální struktury, tedy dovednosti, schopnosti či dispozice jednotlivce:

Každá kompetence je postavena na základě kombinace provázaných kognitivních a praktických dovedností, znalostí (včetně znalostí implicitních), motivací, hodnot, přístupů, emocí a dalších společenských a behaviorálních složek, které mohou být společně mobilizovány pro konkrétní činnost. Ačkoliv kognitivní dovednosti a poznatková základna tvoří rozhodující prvky, je důležité nesoustředit se pouze na tyto aspekty kompetence, ale zahrnout i další aspekty, například motivaci a hodnotovou orientaci.

16. DeSeCo dále (2002:7) tvrdí, že termíny 'dovednost' a 'kompetence' nejsou synonyma. Dovednosti označují „schopnost provádět složité motorické a/nebo kognitivní akty snadno, přesně a se schopností přizpůsobovat se proměnlivým podmínkám“, zatímco kompetence označuje „složitý systém činností zahrnující kognitivní dovednosti, postoje a další nekognitivní složky“.

17. Konceptualizace numerické gramotnosti v dále uvedeném textu, založená na akademické literatuře a výsledcích výzkumů, probíhá na dvou úrovních. Souvisí s numerickou gramotností jako konstruktem, který popisuje kompetenci tak, jak byla definována výše, a s numericky gramotným *jednáním*, což je způsob, jakým se numerická gramotnost jednotlivce projevuje v situacích či kontextech, které obsahují matematické prvky či kvantitativní informace. Závěry o numerické gramotnosti lze tak vyvodit pomocí analýzy výkonu v úlohách, které mají vyvolat numericky gramotné jednání. Ve shodě s předchozím názorem na kompetenci bude numerická gramotnost popisována jako soubor prvků kognitivních (tj. různé poznatkové báze a dovednosti) a nekognitivních či kvazi-kognitivních (tj. postojů, názorů, zvyků a jiných dispozic), které dohromady utvářejí numericky gramotné jednání člověka.

2.2 Kontexty a nároky na numerickou gramotnost

18. Pokud je uvedený názor na kompetenci přijat, musí diskuse o tom, co lze zahrnout do numerické gramotnosti (a numericky gramotného jednání), začít stanovením povahy kontextů obsahujících matematické² prvky či zahrnujících kvantitativní informace o situacích, v nichž se dospělí ocitají a jejichž nárokům musí dostát. To pak poskytuje základ pro popis vědomostních prvků a podpůrných procesů, které dospělým umožňují zvládat problémy numerické gramotnosti ve skutečném světě (Ginsburg, Manly & Schmitt, 2006) a může pak napomoci při formování postupu, jímž lze řídit tvorbu a výběr úloh pro hodnocení numerické

² Termín 'matematický' zde zahrnuje i situace, v nichž se mohou vyskytnout *statistické* či *pravděpodobnostní* informace, či situace, které vyžadují statistické myšlení nebo statistickou gramotnost. Důvodem užití tohoto termínu je zde pouze stručnost a jednoduchost. Je zřejmé, že statistika není součástí matematiky a že statistické důkazy a statistická gramotnost obsahují jedinečné prvky, koncepty a postupy, které ve své podstatě matematické nejsou (Moore & Cobb, 2000).

gramotnosti v PIAAC.

19. Literaturu zabývající se použitím numerické gramotnosti ve skutečném světě lze rozdělit do tří proudů: literatura o roli čtenářské a numerické gramotnosti v životě dospělých, o matematických nárocích pracovišť a pracovních prostředí a o pedagogických názorech na budoucí matematické potřeby absolventů škol a občanů. Tyto oblasti jsou zjevně provázané, ale zároveň nabízejí další pohledy, proto jsou zde zkoumány samostatně.

2.2.1 Role čtenářské a numerické gramotnosti v životě dospělých

20. Numerická gramotnost dospělých může plnit podobnou funkci jako gramotnost čtenářská a může být někdy s dovednostmi čtenářské gramotnosti či s jinými dovednostmi potřebnými v běžném životě provázána. V několika zemích byly provedeny výzkumy popisující využití dovedností z oblasti čtenářské a numerické gramotnosti dospělých. Například v Austrálii popsali Kindler et al. (1996) čtyři takováto využití: čtenářská gramotnost *pro sebevyjádření, pro praktické účely, pro vědomosti a pro veřejnou debatu*. National Institut for Literacy [Národní institut čtenářské gramotnosti] v USA sponzoroval snahy o definování rozhodujících dovednostních oblastí. Jako součást iniciativy *Equipped for the Future* [Vybavení pro budoucnost] byly označeny čtyři obecné typy využití čtenářské gramotnosti (Stein, 1995): *pro přístup ke světu a pro orientaci v něm; pro vyjádření vlastních myšlenek a názorů; pro nezávislé jednání, pro řešení problémů a rozhodování v roli rodiče, občana a pracovníka; jako most k dalšímu vzdělávání a k udržení kroku s rychle se měnícím světem*.

21. V kontextu vzdělávání dospělých byly zpracovány také studie s cílem identifikovat různé účely a funkce využívání matematických vědomostí. Například v Austrálii jeden z klíčových projektů (Kinder at al., 1996) poukázal na čtyři obecné kategorie používání numerické gramotnosti: *Numerická gramotnost pro praktické účely* se věnuje aspektům fyzického světa, což zahrnuje nákresy, zpracování a měření. *Numerická gramotnost pro orientaci ve společnosti* se věnuje interpretaci a úvahám nad číselnými a grafickými informacemi ve veřejných dokumentech a textech. *Numerická gramotnost pro organizování osobního života* se zaměřuje na požadavky numerické gramotnosti pro tuto oblast, což zahrnuje peníze, čas a cestování. *Numerická gramotnost pro vědomosti* popisuje matematické dovednosti potřebné k dalšímu studiu matematiky či jiných předmětů, které mají matematické základy nebo budují na matematických předpokladech.

22. Přehled zpracovaný Steenem (1990), uznávaným pedagogem v oblasti matematiky, navrhuje pět aspektů numerické gramotnosti:

- *praktická*, zaměřená na matematické a statistické vědomosti a dovednosti, které lze okamžitě použít v každodenním životě;
- *profesní*, zaměřená na matematické dovednosti vyžadované v určitých povoláních;
- *občanská*, zaměřená na prospěch společnosti;
- *rekreační*, zaměřená na roli matematických představ a postupů při hrách, skládkách, sportu, loteriích a jiných odpočinkových aktivitách;
- *kulturní*, zaměřená na matematiku jako univerzální součást lidské kultury (a spjatá s oceňováním matematických aspektů v kulturních či uměleckých artefaktech).

23. Cíle literární a numerické gramotnosti se v podstatě shodují a implikují, že dospělí musí být schopni používat své čtenářské a numerické gramotnosti pro společenské či osobní úkoly v neformálních i formálních kontextech (NRDC, 2006). Takovéto názory doplňují Bishopovo (1988) vymezení šesti typů matematických úkonů společných všem kulturám a všem dospělým i dětem: počítání, určování polohy, měření, nákresy, hry a vysvětlování.

2.2.2 Numerická gramotnost na pracovištích a v pracovním prostředí

24. Matematické a statistické dovednosti důležité pro práci dospělých byly popsány při rozsáhlých pokusech o definici 'základních dovedností' či 'klíčových kompetencí', které by zaměstnanci měli mít, často v reakci na potřeby udržet ekonomickou konkurenceschopnost a zlepšit zaměstnatelnost dospělých a absolventů škol. Kromě toho se několik projektů zaměřilo přímo na matematické dovednosti pracovníků v řadě profesí a profesních skupin.

25. Základní počítačské dovednosti byly vždy považovány za součást fundamentálních dovedností, které dospělí musí mít. Podle nedávných klasifikací dovedností je však potřebný rozsah matematických dovedností pracovníků mnohem širší. V mnoha zemích existují praktické příklady této skutečnosti a následující dílčí výběr z popisů v USA tyto snahy dobře ilustruje. Podle starší studie provedené *American Society of Training and Development* ([Americkou společností pro odbornou přípravu a rozvoj]; Carnevale, Gainer & Meltzer, 1990) dospěla *U.S. Secretary of Labor's Commission on Achieving Necessary Skills* (SCANS [Komise pro osvojování potřebných dovedností při úřadu ministra práce Spojených států]; Packer, 1997) k rozlišení mezi zvládnutím základních aritmetických dovedností a mnohem širším a pružnějším porozuměním principům a výchozím představám zahrnovaným mezi matematické dovednosti (SCANS, 1991, s. 83):

SCANS – *aritmetické dovednosti*: provádění základních početních úkonů; použití základních číselných konceptů, jako jsou celá čísla a procenta, v praktických situacích; provádění rozumných odhadů a získávání aritmetických výsledků bez použití kalkulačky; používání tabulek, grafů, diagramů a schémat pro získávání či předávání kvantitativních informací.

SCANS – *matematické dovednosti*: zvládnutí praktických problémů pomocí odpovídající volby ze škály matematických postupů; používání kvantitativních dat k logickému vysvětlování situací ze skutečného světa; vyjádření matematických představ a konceptů ústně i písemně; chápání role náhody při výskytech a předvídání jevů.

26. Podle pozdějšího výzkumu zaměstnavatelů, školitelů zaměstnanců v průmyslových podnicích a pedagogů (kromě dalších) prohlašovali Forman & Steen (1999), že kvantitativní dovednosti požadované zaměstnavateli jsou mnohem širší než pouhá obeznámenost s postupy sčítání, odčítání, násobení a dělení a obeznámenost se základními číselnými fakty; zahrnují rovněž jistou znalost statistiky, pravděpodobnosti, strategie počítání z paměti, jisté pochopení poměrového uvažování či modelování vztahů a širší dovednosti řešení problémů a komunikace o kvantitativních záležitostech.

27. Studie matematických dovedností a jejich využití na jednotlivých pracovních pozicích byly v průběhu posledního desetiletí prováděny jak v sektoru výrobním, tak v sektoru služeb ve Velké Británii, v Austrálii, v USA a v dalších zemích (např. Buckingham, 1997; Bessot & Ridgway, 2000; Hoyles et al., 2002; Fitzsimons, 2005; Skills Australia, 2005). Tyto studie převážně doplňují studii SCANS a navrhují, že zaměstnanci by měli mít řadu konkrétních matematických dovedností a vědomostí, jako jsou například (ale nikoli pouze):

- dovednost rychlého a zároveň přesného počítání, ale i odhadu a znalost toho, kdy a proč jsou které dovednosti zapotřebí;
- schopnost poradit si s poměry a procenty;
- pochopení konceptů a postupů měření;
- práce s jednoduchými vzorci a jejich vytváření;
- smysl pro použití modelů a modelování pro předvídání budoucích potřeb;

- pochopení základních statistických konceptů a zobrazování.

28. Kromě toho tyto studie v obecnějším a méně technickém měřítku argumentují, že pracovníci musí být schopni rozhodovat se, jsou-li v reálných situacích postaveni před nejistotu, rozhodovat o prioritách jednotlivých činností a činit rozhodnutí ohledně řešení různých úkolů v závislosti na měnících se vnějších požadavcích. Rovněž je třeba, aby pracovníci dokázali komunikovat s ostatními pracovníky či klienty a porozuměli psané dokumentaci (např. prostřednictvím textu či tabulek, grafů a diagramů), pokud jde o množství, harmonogramy, změny v průběhu času, výsledky kvantitativních projekcí či analýzy různých postupů. Taková zjištění jednak potvrzují předchozí zjištění analýzy SCANS, že na pracovišti je třeba rozvíjet nejen základní aritmetické, ale i mnohem podrobnější a složitější matematické dovednosti, jednak zároveň upozorňují na určité oblasti, ve kterých se jednotlivé dovednosti z oblasti čtenářské gramotnosti a komunikace prolínají s dovednostmi z oblasti numerické gramotnosti.

29. Během posledních deseti let se rovněž nashromáždila spousta vědeckých prací o tom, jak lidé používají matematické dovednosti či jak zvládají matematické úlohy jak v kontextu formálním (tj. školním), tak neformálním (tj. každodenním či pracovním) (např. Rogoff & Lave, 1984; Resnick, 1987; Saxe, 1988; Carraher, Schliemann & Carraher, 1988; Scribner & Sachs, 1991; Nunes, 1992; Presmeg, 2007). Přestože je toto téma příliš složité pro hlubší diskusi (viz Greeno, 2003, jako jeden z přehledů takové literatury), tyto studie mj. zdůrazňují, že používané matematické vědomosti jsou situovány v různých funkčních kontextech a že jednotliví činitelé musejí v různých kontextech vyvíjet různé matematické postupy a know-how příslušné pro danou situaci. Kromě toho mnozí výzkumníci (např. Straesser, 2003; Wedege, 2003; Williams & Wake, 2007) dokazují – v závislosti na etnografických analýzách výkonu pracovníků v rozmanitých průmyslových odvětvích – že velká část používaných matematických úkonů je pro náhodného pozorovatele i pro samotné pracovníky 'neviditelná', či že je zamaskována jako nematematická. Za příčiny tohoto jevu byly pokládány různé faktory, například zapouzdření mnoha matematických aktivit do rutinních či automatizovaných postupů, použití nástrojů a přístrojů či informačních technologií (např. tabulkových procesorů), normativní používání profesního slangu odlišného od tradičních školských termínů či dělba práce mezi různé pracovníky.

30. Na základě těchto a dalších studií mnoho projektů prokázalo, že matematické dovednosti používané na pracovištích jsou často odlišné a ve svém záběru širší než ty, které se tradičně vyučují ve školní matematice, a zároveň mají různou podobu v závislosti na jednotlivých pracovních kontextech (Marr & Hagston, 2007). Výše uvedené naznačuje, že znalosti, které zaměstnavatelé, školitelé a výzkumníci mají o matematických a statistických potřebách různých profesí, mohou být neúplné. Kromě toho projekce potřeb budoucích dovedností se obvykle zaměřují na změny v potřebách *pracovníků* s danými dovednostmi, tj. kolik strojařů, techniků či operátorů call center s daným souborem momentálně definovaných dovedností bude ještě zapotřebí (Karoly, 2007), *nikoli* na proměny dovedností z oblasti numerické gramotnosti, které budou potřebovat noví zaměstnanci.

31. Většina zdrojů se zabývá dovednostmi vyžadovanými v budoucnosti v profesním sektoru či v sektoru trhu práce, nikoli dovednostmi potřebnými v rodinném či občanském životě. Avšak s dostupností vysokorychlostního internetu v domácnostech má stále více dospělých možnost připojit se k rostoucímu množství informačních zdrojů, hledat v nich a využívat je, včetně mnoha zdrojů s kvantitativními prvky, jako jsou například oficiální statistiky, informace o zdraví, o osobních financích, o nakupování na základě cenového srovnávání, o sportu a vzdělání. Mnoho organizací v sektoru služeb stále častěji nabízí zákazníkům nejen *přístup* k informacím, ale také *komunikaci a provádění operací prostřednictvím* internetových stránek a dalších technologických zařízení (např. bankomatů, 'chytrých' mobilních telefonů, navigačních systémů GPS), a tím zapojují dospělé do nových druhů transakcí a činností. Tyto změny jsou důležité, protože stírají rozdíl mezi „pracovními“

a „nepracovními“ situacemi a mezi nároky těchto situací na dovednosti v oblasti numerické gramotnosti.

32. V závislosti na výše uvedeném byla konceptualizace numerické gramotnosti v PIAAC vyvozena z druhů požadavků na numerickou gramotnost popsaných výše v této subkapitole. Dále byla vytvořena pracovní hypotéza, podle které není praktické, aby byly k hodnocení použity úlohy, které jsou příliš specifické pro jednotlivá povolání (např. jsou spjaty s jedním pracovištěm či oborem), protože matematika či statistika používaná v tomto kontextu nebude zřejmá či povědomá většině ostatních dospělých (Hoyles et al., 2002).

2.2.3 Pedagogické názory na numerickou gramotnost a informovaná účast veřejnosti

33. V posledních letech sílí debata o cílech a dopadu výuky matematiky ve školách. Zčásti je to způsobeno tlakem a očekáváním ekonomiky, zčásti tím, že sílí uvědomění toho, že matematické vědomosti a dovednosti plní funkce jakýchsi propustí. Matematické kompetence ovlivňují šance na přijetí do klíčových profesních oblastí (hlavně ve vědě, technologii a ekonomii), mohou ovlivnit zaměstnatelnost a účast na pracovním trhu, mohou mít dopad na některé důležité aspekty účasti na občanském životě a ovlivnit šance určitých skupin obyvatelstva na společenskou rovnost a mobilitu. I když se debata o těchto problémech do určité míry překrývá s body probíranými výše při diskusi o rolích čtenářské a numerické gramotnosti ve společnosti, je dobré ji podrobněji rozvést, neboť přináší další poznatky a rozšiřuje pochopení kontextů, v nichž se nároky na numerickou gramotnost dospělých vyskytují.

34. Během posledních několika desetiletí byly předneseny různé argumenty pro to, aby pojetí konceptu matematických dovedností a vědomostí, které by měli zvládat absolventi škol, a způsobů, jimiž získané vědomosti slouží dospělým, bylo rozšířeno (Ernest, 2004). Pedagogové, kteří pracují se studenty i s dospělými, se studujícím stále více snaží pomoci v rozvoji matematických konceptů a dovedností způsoby, které jsou pro ně osobně smysluplné, ale zároveň i fungují. Takové přístupy obvykle předpokládají, že existuje více než jeden způsob, jak zvládat praktické problémy ve skutečném světě, a že dospělí potřebují mít široký repertoár strategií pro řešení praktických problémů. Osobitě metody dospělých při využívání matematiky jsou podporovány a oceňovány. To představuje velkou změnu proti tradiční (předreformní) školní výuce matematiky, při které se od studentů často očekávalo, že problém vyřeší pomocí jediné správné metody či algoritmu předvedeného učitelem.

35. Před několika desetiletími se v různých zemích začaly objevovat názory, že vzhledem k tomu, že matematika je podstatnou složkou společnosti, by výuka matematiky ve školách měla být odvozena od situací ze skutečného života domácností, práce, komunity a dalších prostředí (*National Council of Teachers of Mathematic* [Národní rada učitelů matematiky], 2000; Willis, 1990) a měla by žáky na tyto situace připravovat. To překračovalo snahu zaměstnavatelů soustředit přípravu převážně na praktické dovednosti a na dovednosti specifické pro jednotlivá povolání. Dvěma vlivnými staršími příklady jsou doporučení *Cockcroft Committee* ve Velké Británii (*Department of Education and Science/Welsh Office* [Velšský úřad Ministerstva školství a vědy], 1982) a Freudenthalova studie v Nizozemsku, která vedla k hnutí *Realistic Mathematics Education* ([Realistická výuka matematiky]; Heuvel-Panhuizen & Gravemeijer, 1991). Během posledních dvou desetiletí přijaly mnohé země (např. Austrálie, Velká Británie) systémy vzdělávání dospělých, které kladou zvláštní důraz na numerické dovednosti. Například ve Velké Británii má *Adult Numeracy Core Curriculum* [Základní učební osnovy pro numerickou gramotnost dospělých] za cíl provést studenty až pěti úrovněmi, v nichž na nejvyšší z nich by dospělý měl být schopen:

Porozumět matematickým informacím používaným pro různé účely a nezávisle vybírat a srovnávat odpovídající informace z mnoha grafických, numerických a textových materiálů – např. porovnávat data za pomoci průměru a mediánu, zjistit slevu jako podíl a procento z původní částky, zjistit vzdálenosti a délky z nákresu v určitém měřítku (Gillespie, 2007, s. 4).

36. Pedagogové se rovněž věnují významu kvantitativní gramotnosti v občanském a společenském kontextu a dokazují, že matematické vědomosti jsou klíčovou součástí obecné struktury komunikace nezbytné pro moderní civilizovanou společnost, zčásti proto, že jde o jazyk vědy a technologie. Byl tak předložen názor (*National Research Council* [Národní rada pro výzkum], 1989), že pochopení veřejné diskuse a informací o společensky významných záležitostech, jako jsou zdraví a problémy životního prostředí, je nemožné bez použití matematického vyjadřování.

37. Dále se tvrdí, že ve společnosti, v níž média neustále předkládají občanům informace v numerické či grafické podobě, je schopnost interpretovat kvantitativní a statistické zprávy pro všechny dospělé životně důležitá (Paulus, 1995; Steen, 1997). Je nezbytné, aby všichni dospělí dokázali kriticky hodnotit kvantitativní informace obsažené v různých mediálních zdrojích a dokumentech (Frankenstein, 1989) a pochopit, jak být opatrným či kritickým uživatelem různých druhů statistických argumentů (Gal, 2002; Utts, 2003; Watson & Callingham, 2003).

38. Dialog o různých nárocích na vědomosti dospělých se zčásti odrazil v důrazu, jaký klade na hodnocení matematické a přírodovědné gramotnosti PISA. Tyto konstrukty se v širším slova smyslu vztahují k připravenosti studentů vstoupit do kontextů světa dospělých; je příznačné, že za cíl hodnocení byly zvoleny právě tyto konstrukty namísto tradičně pojímaných formálních znalostí v oblastech matematiky a přírodních věd, které byly přednostně měřeny v dřívějších studiích.

2.2.4 Více o situacích numerické gramotnosti a o nárocích na ni

39. Předchozí diskuse naznačuje, že numerická gramotnost je potřebná k tomu, aby lidé byli schopni efektivně zvládat řadu situací, které jsou součástí života, a reagovat na ně podle jejich – pro ně osobně – skutečného významu. Situace, které vyžadují využití kompetencí numerické gramotnosti, mohou být začleněny do hypotetického „prostoru úloh numerické gramotnosti“ definovaného takovými aspekty, jako jsou povaha vyžadované reakce, počet a povaha kvantitativních prvků v dané situaci či rozsah a povaha zapojovaných procesů z oblasti čtenářské gramotnosti. Dále jsou popsány tři klíčové typy situací podle Gala (2000), které ilustrují šíři nároků na numerickou gramotnost dospělých.

- (a) **Generativní situace** vyžadují, aby lidé počítali, vyjadřovali se, prováděli operace či jinak manipulovali s čísly, s konkrétními objekty, s vizuálními prvky apod. pro vytváření nových čísel či odhadů. Příklady zahrnují výpočet celkové ceny zboží při nakupování, zjištění počtu krabic v bedně, změření rozměru místnosti, která má být vymalována, pro výpočet množství potřebného materiálu, přčtení jídelního lístku a výpočet ceny jednotlivých jídel, vyplnění objednáčích lístku pro určitý produkt, zjištění doby přepravy mezi vlakovými stanicemi za pomoci jízdního řádu apod. Generativní situace zahrnují úlohy z oblasti počítařské či kvantitativní gramotnosti (Kirsch et al., 1993), ale jistě je i přesahují, např. pokud potřebná měření zahrnují délku, objem, čas atd.

Číselné informace v mnoha typech generativních situací mohou být zřejmé ze situace samotné (např. skutečné předměty, které je třeba uspořádat, roztrždit, spočítat či změřit; graf na obrazovce počítače). Číselné informace mohou být ovšem zprostředkovány také textem nebo začleněny do různých typů textu;

některé situace tedy mohou vyžadovat nejrůznější úroveň jazykových dovedností. V generativních situacích mohou nástroje, jako například příruční kalkulačka, počítačová aplikace či měřicí pásma nebo pravítko, zjednodušit techniky provádění potřebných výpočtů či zvýšit jejich přesnost. Je samozřejmě možné tyto nástroje při řešení dané situace nevyužít. Pokud se však člověk rozhodne takové nástroje použít, musí vědět, jak je používat správně a efektivně; pokud jsou použity alternativní strategie (např. počítání z paměti), budou výpočty po kontrole jejich přesnosti a úplnosti těmito nástroji patrně správnější či přesnější.

- (b) **Interpretační situace** vyžadují, aby lidé chápali význam zpráv, které obsahují matematické či statistické informace, ale které *nevyžadují přímou manipulaci s čísly*. Příkladem je konfrontace s novinovou zprávou o výsledcích nedávného průzkumu veřejného mínění provedeného na malém vzorku populace a potřeba rozhodnout, zda zobecnění, které autor provedl, je platné. Paulus (1995) popisuje mnohá matematická tvrzení uváděná v médiích, jejichž platnost je třeba hodnotit opatrně; mezi další příklady patří situace, při kterých jsou probírány či implikovány odkazy na poměry, průměry, vzorky, zkreslení, korelace, rizika či kauzalitu, jako je tomu v souvislosti s genetickými nebo lékařskými konzultacemi.

V jednoduchých interpretačních situacích, například pokud je třeba přečíst informace o nutričních hodnotách či příbalový leták léku pro rozhodnutí, zda produkt obsahuje určité ingredience (tj. cukry, alergeny, škodliviny), jejichž dávka přesahuje povolený limit, lze reakci hodnotit jako správnou nebo špatnou. Ovšem ve složitějších situacích je obvykle očekávanou reakcí vytvoření *názoru*; k tomu je třeba použít a zodpovědět soubor klíčových otázek, než bude předložena informace či argumentace přijata jako věrohodná či platná. V takovýchto případech je třeba reakci, tj. názor, hodnotit podle kritérií rozumnosti a kvality argumentů či důkazů, na nichž je založena. Proto názor nelze vždy jednoduše označit za „správný/špatný“ či „přesný/nepřesný“ tak, jak je to možné u mnoha generativních situací.

- (c) **Rozhodovací situace** vyžadují, aby lidé získávali a hodnotili mnoho informací pro určení následného postupu, obvykle za přítomnosti protichůdných cílů, omezení či nejistoty. Dva základní typy úloh jsou: *optimalizační úlohy*, které vyžadují rozpoznání optimálních způsobů využití takových zdrojů, jako jsou peníze a zásoby, i organizování pracovníků či času (viz SCANS, 1991), a *úlohy výběrové*, které vyžadují rozhodnutí mezi alternativami, jako například výběr jednoho z několika bytů k pronájmu, které z penzijních či zdravotních pojištění zvolit, zda se podrobit chirurgickému zákroku, u kterého jsou známy možné vedlejší účinky.

Je třeba připomenout, že úlohy na optimalizaci a výběr lze zahrnout do širší skupiny *procesů řešení problémů*, ve kterých je třeba formulovat a následně hodnotit možné alternativy. Proto lze na situace, zde nazývané *rozhodovacími*, občas nahlížet i jako na situace *řešení problémů*.

Stejně jako u interpretačních situací musí být reakce na rozhodovací situaci hodnocena podle toho, zda se jeví jako rozumná, neboť tato reakce může být založena na mnoha kvantitativních informacích (např. jízdní řády, finanční hodnoty, statistické trendy, pravděpodobnosti jevu), utváří se v průběhu procesu, který zahrnuje generativní a interpretační kroky, a po zhodnocení kvality konečného rozhodnutí či volby vůči externím kritériím v daném kontextu. Příkladem je situace, ve které má drobný podnikatel porovnat finanční informace několika bank za účelem zjištění, který splátkový kalendář je nejlepší či

nejschůdnější v závislosti na jeho současné finanční situaci a na předpokládaných výdajích a příjmech. Zhodnocení rozumnosti reakce v rozhodovacích situacích může být dále zkomplikováno nad rámec komplikací, která nastávají v interpretačních situacích, neboť reakce v rozhodovacích situacích může být ovlivněna rovněž individuálními subjektivními preferencemi či hodnotovým systémem, předpoklady ohledně budoucích trendů či pravděpodobnosti jevů a dalšími faktory.

40. Výše popsané tři typy situací numerické gramotnosti se samozřejmě navzájem nevyklučují a mohou existovat i další typy, případně situace hybridního typu. Kromě toho je při zvažování důsledků těchto a dalších typů situací pro numerickou kompetenci vyžadovanou od dospělých důležité brát ohled na dopad technologického vývoje. Jak bylo předloženo a dokumentováno mnoha zdroji (*Expert Group on Future Skills Needs [Skupina expertů pro posuzování potřeb budoucích kvalifikací]*, 2007; Gatta, Appelbaum & Boushey, 2007; Karoly, 2007) a shrnuto v projektových dokumentech PIAAC, dospěli se stále častěji setkávají s kvantitativními informacemi z internetových a technologických zdrojů. Je k dispozici více druhů kvantitativních informací než v předchozích desetiletích, ale tyto informace musí být nalézány, vybírány či filtrovány, interpretovány, občas zpochybňovány a analyzovány, zda jsou pro požadované reakce – ať už generativní, interpretační či rozhodovací – relevantní.

2.3 K definici numerické gramotnosti v PIAAC

41. Dosažení konsensu ohledně definice numerické gramotnosti, která by vyhovovala programu mezinárodního hodnocení, je obtížný úkol. Za prvé, jak je popsáno výše, existují různé národně specifické konotace numerické gramotnosti, pokud takovýto termín vůbec v místním jazyce existuje. Za druhé existují překrývající se a konkurenční konstrukty, jako jsou kvantitativní gramotnost (*quantitative literacy*), matematická gramotnost (*mathematical literacy*), funkční matematika (*functional mathematics*) a další (Hagedorn, Newlands, Blayney & Bowles, 2003) Za třetí jsou pokusy o diskusi na téma definice a významu numerické gramotnosti komplikovány tím, že různí aktéři na ni hledí optikou danou historickými či kulturními aspekty systémů, v nichž pracují – ať už aspekty organizačními, sociálními, ekonomickými či jazykovými. Například některé z existujících konceptů numerické gramotnosti vyvinuli pedagogové pracující ve školských systémech, zatímco jiní aktéři spojují termín numerická gramotnost pouze s kompetencemi spjatými s dospělými.

42. S ohledem na předešlé a za pomoci výše uvedených konceptů kompetence a kontextů numerické gramotnosti je zbytek tohoto oddílu rozdělen následovně: Nejprve je uveden přehled některých názorů na numerickou gramotnost tak, aby byly popsány klíčové myšlenky, kterým se věnovali předchozí pracovníci a vědci při zkoumání numerické gramotnosti. Následně je předložena definice numerické gramotnosti pro PIAAC následovaná diskusí o aspektech numericky gramotného jednání včetně klíčových oblastí matematických vědomostí a dalších kognitivních a nekognitivních podpůrných procesů a faktorů, které se účastní numericky gramotného jednání a ovlivňují ho. Nakonec jsou zkoumány rozdíly mezi numerickou gramotností a konstrukty hodnocenými v PISA a IALS, tedy matematickou gramotností (*mathematical literacy*) a kvantitativní gramotností (*quantitative literacy*).

2.3.1 Názory na numerickou gramotnost [dospělých]

43. Definice toho, co je zahrnuto pod matematickou gramotnost, se vyvíjely od doby, kdy byl tento termín uveden v roce 1959 v *Crowther Report* [Crowtherova zpráva] v Anglii a Walesu. Maguire a O'Donoghue (2003) nedávno porovnali pojetí numerické gramotnosti v několika zemích (Irsko, Kanada, USA, Velká Británie, Nizozemsko, Dánsko a Austrálie) a uspořádali je podle rostoucí úrovně složitosti či sofistikovanosti. *Formativní* koncepce

pojímají numerickou gramotnost v souvislosti se základními aritmetickými dovednostmi. *Matematické* koncepce pojímají numerickou gramotnost kontextuálně, tedy jako širší soubor matematických vědomostí a dovedností (nad rámec základních početních úkonů) významných pro každodenní život. Konečně *integrativní* koncepce považují numerickou gramotnost za mnohostranný sofistikovaný konstrukt zahrnující nejen matematiku, ale i komunikační, kulturní, sociální, emoční a osobní prvky, které se vzájemně ovlivňují a ovlivňují i to, jak různí lidé jednají ve svých společenských kontextech. (Coben, 2000; Condelli, Safford-Ramus, Sherman, Coben, Gal & Hector-Mason, 2006).

44. V současné době jsou formativní koncepce, které numerickou gramotnost pojímají jako schopnost provádět základní početní úkony, často spojovány s tím, jak je numerická gramotnost chápána v souvislosti s cíli primární školy, a odrážejí se v definicích numerické gramotnosti pro celosvětové klasifikace úrovně čtenářské a matematické gramotnosti (UNESCO, 1997). Většina existujících konceptů používaných ve vzdělávání dospělých, pro školení na pracovišti a v národních a mezinárodních hodnoceních, se řadí k matematickým a integrativním fázím popsaným Maguirem a O'Donoghuem. Dále jsou uvedeny čtyři odlišné, nicméně příbuzné názory na numerickou gramotnost, první dvojice z Velké Británie, druhá z Austrálie. Tyto definice dokreslují, že koncepce se během doby vyvíjejí a že variabilitu lze najít dokonce i v rámci téhož národního systému.

[numerická gramotnost znamená] ... 'být zadobře' s čísly a být schopen používat matematické dovednosti, které umožňují zvládat praktické matematické nároky každodenního života... [a] být schopen oceňovat a chápat informace, které jsou předloženy v matematické formě, například jako grafy, diagramy či tabulky, nebo formou odkazu na procentuální růst či pokles (Cockroft Report: Department of Education and Science/Welsh Office, 1982, s. 11).

Schopnost používat matematiku na úrovni potřebné k práci v zaměstnání a k fungování ve společnosti jako takové... chápat a používat matematické informace; vypočítat matematické údaje a pracovat s nimi; interpretovat výsledky a sdělovat matematické informace (ze strategie Skills for Life [Dovednosti pro život] vlády Velké Británie pro zlepšení standardů čtenářské a numerické gramotnosti dospělých v Anglii, DfEE 2001, s. 3).

Numerická gramotnost je znalost matematiky potřebná pro efektivní práci ve vlastní skupině a komunitě a schopnost používat tyto dovednosti k rozvoji sebe sama a své komunity (Beazley Committee, 1984, Austrálie).

Numerická gramotnost zahrnuje schopnosti, jako jsou interpretace, používání a sdělování matematických informací v běžných situacích s cílem plně, kriticky a účelně se zapojovat do celé řady životních rolí (Queensland Department of Education [Ministerstvo školství státu Queensland, 1994, Austrálie).

45. Zajímavá je Lindenskovova a Wedegeho případová studie definování numerické gramotnosti (2001). Na základě své práce v oblasti vzdělávání dospělých a výuky matematiky v Dánsku přenesli numerickou gramotnost z anglofonních zemí a vytvořili nový pojem *Numeralitet* spolu s konceptuálním rámcem, který byl později přijat dánským ministerstvem školství. Podle tohoto názoru je důležité rozlišovat mezi tím, co je – či co by měla být – numerická gramotnost z pohledu jednotlivce a z pohledu společnosti. Lindenskov a Wedege (2001) prosazují pohled společnosti; numerická gramotnost je chápána jako kompetence zahrnující dynamickou interakci mezi funkčními matematickými dovednostmi, koncepty a operacemi na straně jedné a řadou činností a různých typů dat a médií na straně druhé. Dokazují, že toto pojetí, založené na dovednostech a činnostech, by mělo být spojeno s pochopením, že tuto kompetenci potřebují mít v zásadě všichni a že numerická gramotnost je

kompetenci, která je určována společností a technologií a mění se v čase a místě v souvislosti se sociálními změnami a s technologickým vývojem.

46. Další názory na numerickou gramotnost, vypracované obvykle odborníky na vzdělávání dospělých, se zaměřují na roli dospělých jako osob, které spolu uvážlivě komunikují a které jsou kritickými uživateli informací ve společnosti, které jsou zapojeny do výměny a interpretace zpráv, s nimiž se setkávají v médiích nebo v politických a komunitních souvislostech (Frankenstein, 1989). Johnston (1994) tvrdí:

„Být numericky gramotný znamená více, než být schopen pracovat s čísly, či dokonce ‘uspět’ ve školní či vysokoškolské matematice. Numerická gramotnost je kritické povědomí, které vytváří mosty mezi matematikou a skutečným světem s celou jeho rozmanitostí“ (Johnston, 1994).

47. Definice citovaná ze zprávy Cockroftovy komise (1982) ve Velké Británii získala velký vliv díky tomu, že její koncepce numerické gramotnosti poukazovala na to, že jde o schopnost vypořádat se s různými praktickými a interpretačními úkoly v kontextu skutečného světa, a zároveň zdůraznila zásadní důležitost podpůrných nekognitivních součástí. Tyto klíčové myšlenky nacházejí odraz, byť s odlišnou terminologií a zaměřením, v dalších pohledech na numerickou gramotnost. Dalším důležitým společným rysem je zapojení matematických prvků a představ do skutečných situací a vědomí, že mohou být používány či zvládány cíleně, podle potřeby jednotlivce v daném kontextu, tj. doma, v komunitě, na pracovišti, při společenské události apod.

2.3.2 Vazby mezi čtenářskou a numerickou gramotností

48. Několik výzkumníků a projektů odkazovalo na potřebu vzít při diskusi o *numerické gramotnosti* v úvahu i *gramotnost čtenářskou*, neboť tyto dva faktory jsou příbuzné a mohou se ovlivnit navzájem (Baker & Street, 1994). Například pokud je množství vyjádřeno slovy, nikoli čísly, nebo pokud je součástí textu, jehož interpretace je pro pochopení potřebných výpočtů klíčová, nebo pokud je třeba porozumět matematickým vztahům vyjádřeným jednoduchým slovním spojením, např. uvědomit si, že „o čtyři více“ je jiný vztah než „čtyřikrát tolik“.

49. Důležitý aspekt vazby mezi čtenářskou a numerickou gramotností byl záhy potvrzen konstruktem čtenářské gramotnosti Kirsche & Mosenthala s jejími dimenzemi textovou, dokumentovou a kvantitativní (Kirsch, Jungblut & Mosenthal, 1998). Následně pak byly dovednosti dospělých zacházet s aritmetickými operacemi začleněnými v textu hodnoceny prostřednictvím škály kvantitativní gramotnosti v IALS a v několika předchozích národních studiích. Nicméně existují i další oblasti, ve kterých jsou čtenářská a numerická gramotnost provázány a které je třeba brát v úvahu, např. při interpretaci statistických informací v tisku (Gal, 2002a) nebo pro pochopení finančních informací, které se týkají osobního důchodového plánu či benefitů ve zdravotní péči. Proto, ačkoliv numerickou gramotnost lze definovat v hrubých termínech bez zapojení čtenářské gramotnosti, struktura úkolů a nároků života dospělé populace ukazuje, že tyto oblasti nemohou být považovány za vzájemně se vylučující. Matematické nebo statistické informace se vyskytují v textu v řadě situací, třebaže ne ve všech, v nichž musí dospělí působit. V situacích, v nichž toto platí, nezávisí úspěšnost v úlohách numerické gramotnosti pouze na formálních matematických či statistických znalostech, ale také na faktorech z oblasti čtenářské gramotnosti, jako je například slovní zásoba, porozumění psanému textu, strategie čtení či předchozí čtenářské zkušenosti.

2.3.3 Numerická gramotnost a numericky gramotné jednání ve studii ALL

50. Výše uvedené myšlenky utvářely koncept numerické gramotnosti v projektu *Adult Literacy and Lifeskills* (ALL), který byl zpracován v letech 1998–2000 mezinárodním týmem (Gal, van Groenestijn, Manly, Schmitt & Tout, 2005). Tehdy bylo poprvé třeba definovat konstrukt numerické gramotnosti v kontextu komparativního hodnocení, nikoli v kontextu čistě vzdělávacím. Tým ALL, vědom si složitosti a mnohostranné povahy konstruktů numerické gramotnosti, vytvořil třístupňovou konceptualizaci, která se pokusila odrážet klíčové pohledy na numerickou gramotnost na straně jedné, ale zároveň umožňovala operacionalizaci konstruktů do škály hodnocení na straně druhé (Tout, 2006). Tyto tři stupně jsou krátká definice numerické gramotnosti, propracovanější definice numericky gramotného jednání, obojí představené v následujícím textu, a detailní seznam součástí jednotlivých aspektů numericky gramotného jednání (viz Gal et al., 2005).

Numerická gramotnost jsou vědomosti a dovednosti potřebné k efektivnímu zvládnutí matematických nároků rozličných situací a k reakci na ně.

Numericky gramotné jednání lze pozorovat v případech, ve kterých lidé musí zvládnout situaci nebo vyřešit problém v reálném kontextu; zahrnuje reakci na informace o matematických představách, které mohou být vyjádřeny různými způsoby; vyžaduje zapojení řady podpůrných vědomostí, faktorů a procesů.

51. Obě definice, jak krátkou, tak širší, považoval tým ALL za nutné vzhledem k potřebám komparativního hodnocení. Krátká definice je nezbytná pro zjednodušení komunikace s různými aktéry, jako jsou političtí činitelé a odborníci. Podobně jako u mnoha krátkých definic složitých konstruktů je ovšem použitý jazyk příliš povšechný a abstraktní, a proto tato definice nemůže explicitně vyjádřit, co může numericky gramotný člověk dělat a na jaké jednání se má v průběhu hodnocení zaměřit pozornost. Proto byla vytvořena podrobnější definice numericky gramotného jednání jako způsob, jak zdůraznit čtyři klíčové aspekty či dimenze, které byly týmem matematické gramotnosti ALL považovány za základy numericky gramotného jednání, a jimiž jsou:

- *Kontexty*: Rozsah vnějších požadavků (tj. práce, domov apod.)
- *Reakce*: Co může jednotlivec dělat v reakci na vnější požadavky (tj. počítat, interpretovat, sdělovat apod.)
- *Matematické představy/matematický obsah*: Informační obsah, který je v kontextu obsažen či který je díky kontextu dostupný; může být chápán jako ve své podstatě matematický (či statistický), a proto je v kontextu hodnocení numerické gramotnosti předmětem zájmu (tj. čísla, poměry, míry, statistické koncepty apod.)
- *Reprezentace*: Různé způsoby, ve kterých matematické (či statistické) informace existují nebo jsou v nich v daném kontextu předávány (tj. text, čísla, grafy apod.)

52. Výhoda použití propracovanější definice numericky gramotného jednání tkví v tom, že je explicitnější, pokud jde o výběr jevů pro hodnocení, a je proto odrazovým můstkem pro vlastní zpracování škály hodnocení. Je také třeba připomenout, že definice numericky gramotného jednání ukazuje na přítomnost kognitivních i nekognitivních faktorů, které jsou základem efektivního numericky gramotného jednání či které jej umožňují. V ideálním případě je popis kognitivních a nekognitivních aspektů numericky gramotného jednání pro vytvoření úplného obrazu kompetence numerické gramotnosti zásadní .

2.3.4 Definice numerické gramotnosti pro PIAAC

53. Práce na pojetí a definování numerické gramotnosti pro PIAAC prošla několika stádii vývoje a konzultací. Tým expertů pověřených zpracováním projektu PIAAC představil v létě 2006 předběžná doporučení pro všechny kompetence, které by v PIAAC měly být měřeny (OECD, 2006), a následně navrhl definovat numerickou gramotnost jako „*schopnost využívat, uplatňovat a sdělovat matematické informace*“. Účastníci *Canada-OECD Expert Technical Workshop on Numeracy* [Odborného technického workshopu o numerické gramotnosti Kanada-OECD] pořádaného v listopadu 2006 v Ottawě prozkoumali různé názory týkající se pojmu numerické gramotnosti a jejího hodnocení; následně pak byla navržena předběžná pracovní definice numerické gramotnosti pro PIAAC, a ta pak byla zahrnuta do konceptu rozeslaného do vnějšího hodnocení (Gal, 2007). Další práce na konceptu numerické gramotnosti proběhly v *Numeracy Expert Group for PIAAC* [Odborné skupině numerické gramotnosti pro PIAAC] jmenované v dubnu 2008, která přepracovaný dokument předala k vyjádření všem účastnickým zemím v říjnu 2008.

54. Práce na utváření pojmu numerické gramotnosti pro PIAAC, na škále hodnocení a na příslušném souboru úloh byly prováděny zpravidla se dvěma poněkud protichůdnými cíli. Jedním cílem je potřeba udržet návaznost s pojetím numerické gramotnosti užitým ve studii ALL, protože PIAAC by měl poskytnout informace o trendech navazujících na výsledky ALL. Proto byla v návrhu PIAAC specifikace, podle níž má 60 % úloh literární a numerické gramotnosti použitých v konečné škále hodnocení pocházet ze souboru úloh ALL a IALS. Druhým cílem je potřeba rozšířit definici ALL (ve světle zastřešující konceptualizace PIAAC) o „kompetence čtenářské gramotnosti v informační společnosti“ a vzít v úvahu nová či nadcházející užití numerické gramotnosti ve světě dospělých.

55. Po zhodnocení všeho výše uvedeného byla numerická gramotnost pro PIAAC definována následovně:

Numerická gramotnost je schopnost získávat, používat, interpretovat a sdělovat matematické informace a představy s cílem zapojovat se do rozmanitých matematických situací života dospělých a zvládat jejich nároky.

56. Tato definice postihuje základní prvky mnoha konceptualizací numerické gramotnosti v současné literatuře, je kompatibilní s definicí použitou v ALL a zdá se, že poskytuje pevný základ, na kterém lze vystavět škálu hodnocení pro PIAAC s důrazem na kompetence v informační společnosti. Fakt, že do definice bylo zahrnuto 'zapojení', signalizuje, že pro efektivní a aktivní zvládnání numerických situací jsou zapotřebí nejen kognitivní dovednosti, ale také postoje, tj. názory a postoje. Je také důležité všimnout si, že ačkoliv byla definice numerické gramotnosti pro PIAAC formulována v souvislosti s programem hodnocení, je vypracována tak, aby mohla přispět do veřejného dialogu o záměrech vzdělávacích a sociálních zásahů zaměřených na obecný rozvoj kompetencí dospělých a zvláště na rozvoj numerické gramotnosti dospělých a s ní spojených matematických a statistických dovedností a postojů.

57. Vzhledem k tomu, že numerická gramotnost je obecný konstrukt s řadou aspektů odkazujících na komplexní kompetenci, neměla by uvedená definice numerické gramotnosti být brána sama o sobě, ale měla by být spojena s podrobnější definicí numericky gramotného jednání a s další specifikací aspektů numericky gramotného jednání. Toto spojení je nezbytné k tomu, aby umožnilo operacionalizaci konstrukt numerické gramotnosti do samotného hodnocení, což přispěje k validitě hodnocení a k tomu, aby bylo možno ho interpretovat, a dále k tomu, aby se rozšířilo chápání klíčových termínů, které jsou součástí definice. Proto PIAAC přijal definici numericky gramotného jednání v hrubých rysech podobnou definici použité v projektu ALL, ovšem kratší: **Numericky gramotné jednání zahrnuje zvládnání**

situací či řešení problémů v reálném kontextu reakcí na matematický obsah/informace/představy reprezentované nejrůznějšími způsoby.

Tabulka 1: Numericky gramotné jednání: klíčové aspekty a jejich složky

Numericky gramotné jednání zahrnuje zvládnání situací či řešení problémů ...

(1) v reálném kontextu života:

- každodenního
- pracovního
- společenského
- v dalším vzdělávání

(2) reagováním, což zahrnuje:

- identifikovat, najít či zjistit
- zpracovat, použít: uspořádat, spočítat, odhadnout, vypočítat, měřit, modelovat
- interpretovat
- hodnotit/analyzovat
- sdělovat

(3) na matematický obsah/informace/představy:

- množství & číslo
- rozměr & tvar
- zákonitosti, vztahy, změny
- data & pravděpodobnost

(4) reprezentovaný různými způsoby:

- objekty & nákresy
- čísla & matematické symboly
- vzorce
- diagramy & mapy, grafy, tabulky
- text
- elektronická zobrazení

Numericky gramotné jednání je založeno na zapojení několika podpůrných faktorů a procesů:

- matematické vědomosti a konceptuální porozumění
- adaptivní uvažování a dovednost řešit matematické problémy
- dovednosti z oblasti čtenářské gramotnosti
- názory & postoje
- zkušenosti a praktiky spjaté s numerickou gramotností
- znalost kontextu/světa

58. Definice numericky gramotného jednání se vztahují ke čtyřem aspektům: *kontexty, reakce, matematický obsah/informace/představy, reprezentace*. Tabulka 1 přehledně znázorňuje obsah těchto čtyř aspektů, které jsou dále podrobněji vysvětleny v následujícím oddílu. Tabulka 1 je založena na původním popisu aspektů numericky gramotného jednání vytvořeném pro projekt ALL, nicméně byly provedeny některé změny: mezi možné reakce byly například přidány 'zjistit' a 'hodnotit/analyzovat', byly sloučeny obsahové kategorie 'změny' a 'zákonitosti a vztahy'; byl přidán odkaz na „elektronická zobrazení“ jako další ze způsobů reprezentace.

59. Povšimněme si, že spodní část tabulky 1 také dává přehled několika podpůrných faktorů a procesů, o kterých pojednává kapitola 3.5 a jejichž zapojení je pro numericky gramotné jednání nezbytné. Většina z těchto podpůrných faktorů a procesů se objevuje v konceptuálním rámci ALL, byly nicméně zavedeny některé změny, jako například vyčlenění „adaptivního

uvažování a dovedností řešit matematické problémy“ do samostatného podpůrného faktoru. Celkově poskytuje výše uvedená definice numericky gramotného jednání společně s detaily tabulky 1 a s následujícím podrobnějším vysvětlením plán, jak postupovat při tvorbě škály numerické gramotnosti pro PIAAC.

Oddíl 3

Aspekty numerické gramotnosti

3.1 Aspekty numericky gramotného jednání

60. Tato kapitola³ dále blíže vysvětluje aspekty numerické gramotnosti a jejich součásti uvedené v tabulce 1. Rozbor prvního aspektu – kontextu – převážně opakuje myšlenky o kontextech numerické gramotnosti a o nárocích na ni, které se objevily v kapitole 2.2. Rozpracování dalších aspektů je založeno na materiálech a myšlenkách v dříve zmíněných bibliografických pramenech a na analýze součástí numerické gramotnosti dospělých provedené Ginsburgem et al. (2006), která je sama založena na integrativním přehledu mnoha rámců numerické gramotnosti z různých zemí (viz také Hagedorn et al., 2003). Tato kapitola využívá i stanovisek uvedených ve zprávě *National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy* ([Národního centra výzkumu a vývoje pro čtenářskou a numerickou gramotnost dospělých] NRDC, 2006) ve Velké Británii, podkladových materiálů připravených pro odborný workshop o numerické gramotnosti OECD – Kanada (listopad 2006, Ottawa) a návrhů účastníků workshopu, externích posudků na návrhy tohoto dokumentu a odborných názorů expertní skupiny pro numerickou gramotnost PIAAC.

3.1.1 Aspekt 1: Kontexty

61. Lidé se snaží zvládat situace z oblasti numerické gramotnosti či na ně reagovat, protože touží po uspokojení účelu či dosažení cíle. V dalším textu jsou uvedeny čtyři druhy kontextů, v nichž se mohou nároky na numerickou gramotnost objevit. Ty se vzájemně nevylučují a mohou být založeny na stejných matematických tématech.

- (a) **Každodenní život.** Úlohy z oblasti numerické gramotnosti, které se vyskytují v každodenních situacích, jsou často součástí osobního a rodinného života nebo se týkají koníčků, osobního rozvoje a zájmů. Příkladem může být zacházení s penězi a s rozpočtem, nakupování na základě porovnávání cen, zvládání osobního časového rozvrhu, rozhodování o cestování, plánování dovolené, matematika spojená s koníčky jako šití či truhlářství, hazardní hry, porozumění sportovním výsledkům a statistikám, čtení v mapách a měření v domácnosti, jako například při vaření či při domácích opravách.
- (b) **Práce.** V zaměstnání se lidé setkávají s kvantitativními situacemi, které jsou často více specializované než situace v běžném životě. V tomto kontextu si lidé mohou osvojit dovednosti i při zvládání situací, které vyžadují užší aplikaci matematiky. Příkladem může být vyplnění objednávky, součet příjmů, výpočet částek, které je třeba vrátit či směnit, zvládání harmonogramů, rozpočtů a projektových zdrojů, použití tabulkových výpočtů, organizace a balení různě tvarovaného zboží, vytváření a interpretace kontrolních grafů, měření a jeho zaznamenávání, čtení technických nákresů, sledování výdajů, odhad nákladů a použití vzorců.
- (c) **Společenské nebo komunitní.** Dospělí potřebují znát průběh a trendy jevů ve světě okolo nich (např. zločinnost, zdravotní problémy, mzdy, znečištění) a

³ Vybrané pasáže v kapitole 3.1 a v subkapitolách 3.1.3–3.1.5 byly upraveny a rozšířeny z dokumentu o numerické gramotnosti vypracovaného v letech 1998–2000 pro projekt ALL a jsou zde použity se souhlasem Statistics Canada. Konečná verze rámce numerické gramotnosti ALL je uvedena v publikaci Gal, van Groenestijn, Manly, Schmitt & Tout (2005).

mohou být nuceni zapojit se do celospolečenských či komunitních akcí. To vyžaduje, aby byli schopni číst a interpretovat kvantitativní informace v médiích včetně statistických zpráv a grafů. Rovněž mohou být postaveni do situace, kdy je třeba sehnat prostředky na charitativní akci, pochopit fiskální efekt komunitních programů či interpretovat výsledky studie nějakého problému ve zdravotnictví.

- (d) **Další vzdělávání.** Určitá úroveň numerické gramotnosti může umožnit účast v dalším vzdělávání, ať už školním, nebo profesním. V každém případě je třeba mít vědomosti o některých formálnějších stránkách matematiky, které zahrnují symboly, pravidla či vzorce, a je třeba chápat některé z běžných konvencí užívaných při aplikaci matematických pravidel a principů.

62. Je třeba upozornit na to, že výsledky v každém z výše uvedených kontextů jsou založeny na kombinaci kognitivních a nekognitivních prvků, což je založeno na předpokladu, že numerickou gramotnost pojmáme jako kompetenci, tak jak bylo popsáno výše, a nikoli jako vlastnictví souboru technických dovedností či know-how. Například zapojit se do dalšího vzdělávání v matematice, ať už ve formálním, či neformálním kontextu, zahrnuje ochotu vůbec takovéto vzdělávání začít, stejně jako schopnost v něm setrvat. Pro takovéto zapojení je zapotřebí jednak pozitivní postoj k matematice, jednak sebedůvěra – že jsem člověk, který je schopen se s matematickými úkoly vypořádat.

3.1.2 Aspekt 2: Reagování

63. Různé typy situací v běžném životě vyžadují od lidí rozmanité typy reakcí. Ty jsou rozděleny do tří obecných kategorií.: a) identifikovat, najít či zjistit; b) zpracovat či použít; c) interpretovat, hodnotit/analyzovat, sdělovat. Je třeba si uvědomit, že ačkoliv jsou tyto druhy reakcí popisovány samostatně, ve skutečném životě se mohou vyskytovat souběžně a dynamicky v řadě podob, od jednoduchých po složité. Tyto reakce se mohou lišit složitostí nebo souběžným výskytem podle různých aspektů dané situace, které jsou probírány níže, jako například hustota dostupných informací, přítomnost rozptylujících informací, jasnost úkolu, požadavky na čtenářskou gramotnost či počet potřebných kroků a iterací. Dále jsou reakce ovlivňovány interakcí mezi nároky situace na straně jedné a cíli, dovednostmi, osobnostními předpoklady a předchozími zkušenostmi na straně druhé.

- (a) **identifikovat, najít či zjistit.** V téměř každé situaci musí lidé identifikovat, najít či zjistit nějakou matematickou informaci obsaženou v úkolu či situaci, před nimiž stojí, která je nějakým způsobem podstatná pro sledovaný účel či cíl. Taková reakce, pokud stojí samostatně, často vyžaduje pouze nízkou úroveň matematického porozumění či použití jednoduchých aritmetických dovedností. Obvykle je ale taková reakce součástí dalších typů reakcí popsaných níže či je jim podřízena.
- (b) **Zpracovávat či užívat.** V situacích dříve označených (viz 2.2.4) jako „generativní“ musí lidé jednat podle matematických informací, které lze v dané situaci zjistit, či používat známé matematické postupy a pravidla. Zpracování či používání zahrnuje takové aritmetické úkony, jako je počítání „zpaměti“, za pomoci papíru a tužky či kalkulačky. Zpracovávání či používání může zahrnovat i uspořádání či třídění, odhad, hrubý výpočet obsahu či objemu daného objektu nebo použití různých měřicích pomůcek k tvorbě potřebných přesnějších matematických informací. Zpracovávání může rovněž zahrnovat užití (či tvorbu) vzorce, který slouží jako model pro danou situaci či postup.
- (c) **Interpretovat, hodnotit/analyzovat, sdělovat.** Tento druh reakce zahrnuje tři samostatné, nicméně provázané reakce podrobněji popsané v následujícím textu:

Interpretovat. Některé situace nevyžadují přímou manipulaci s dostupnými kvantitativními informacemi či jejich užití, nýbrž

interpretaci významu a důsledků dané matematické či statistické informace. Dále je v takovýchto situacích, popsaných výše jakožto „interpretační“, potřeba nejen interpretovat matematické či statistické informace, ale také posoudit například trendy, změny nebo rozdíly popsané v grafu či v textu novinového článku nebo inzerátu nebo si na ně utvořit názor. Je třeba zdůraznit, že interpretace může být reakcí nejen na numerické informace (tj. hodnoty či statistická data), ale také na širší matematické či statistické koncepty vyjádřené v orální, textové či vizuální podobě, včetně takových konceptů jako míra změny, poměry, tvar statistického rozdělení jevu, výběr vzorku, zkrácení, korelace, pravděpodobnost a riziko nebo kauzalita.

Hodnotit/analyzovat. Tato skupina reakcí je zčásti rozšířením interpretačního typu reakce popsaného výše, který byl použit v ALL. Zahrnuje reakce, které se používají spíše v situaci, ve které je třeba analyzovat problém a tak zhodnotit kvalitu řešení podle určitých kritérií či kontextuálních požadavků, a pokud je třeba, znovu projít cyklem interpretace, analýzy a hodnocení. Takovéto situace se mohou vyskytovat v různých kontextech, jako jsou dynamická či technologická prostředí bohatá na informace, či v situacích výše nazvaných ‘rozhodovací situace’. Např. v rámci řešení nároků určité situace je třeba zpracovat hrubé kvantitativní informace pomocí elektronického vyhledávání (např. projít internetovou stránku národního statistického úřadu) nebo dohledat a začlenit informace z mnoha zdrojů po zhodnocení jejich významu pro daný úkol (např. porovnat informace z různých zdrojů o nákladech různých možných postupů).

Vlastností společnou pro „interpretační“ a „hodnotící/analytické“ reakce je to, že soudy či názory očekávané v dané situaci mohou být ve své podstatě kritické. Např. pokud je třeba zvážit validitu předložených dat nebo informací, rozpoznat mezery v dostupných informacích a vývodech uváděných ve zdroji (jímž je např. novinář nebo politik) nebo se zamyslet nad navrženými dopady těchto informací, ať už na sebe sama, nebo na širší společenství. Tyto dva typy reakcí se tedy ze své podstaty zčásti překrývají.

Sdělovat. Kromě výše uvedených reakcí se může vyskytnout potřeba představit či sdělit dané matematické informace, popsat výsledek vlastního jednání či interpretací někomu dalšímu nebo vysvětlit a obhájit logiku vlastních analýz či hodnocení. To lze provést ústně i písemně (od prezentace jediného čísla či slova až po podrobné vysvětlení), pomocí kresby (diagram, mapa, graf) nebo pomocí počítačového zobrazení (např. odkazem na graf výsledků různých hypotetických situací vytvořený v tabulkovém procesoru) a prostřednictvím různých kombinací těchto a dalších způsobů sdělování a předvádění.

64. Řešení problémů není považováno za samostatný typ reakce, spíše se předpokládá, že je součástí nároků nastolených externí situací – cílem numericky gramotného jednání, jak plyne z tabulky 1, je zvládat situace, které zahrnují úkoly z oblasti numerické gramotnosti, nebo řešit problémy z této oblasti. Proto mohou být výše popsané typy reakcí použity jednotlivě nebo souběžně pro řešení problémů z oblasti numerické gramotnosti, zvláště těch nových. Tyto reakce mohou být podpořeny či organizovány za pomoci obecnějších dovedností adaptivního

uvažování a řešení problémů popsaných níže jako součást 'podpůrných procesů', jimiž je numericky gramotné jednání podloženo.

65. *Poznámka k hodnocení určitých typů reakcí.* Výše uvedené myšlenky popisují klíčové způsoby, pomocí nichž lidé reagují na matematické/statistické úlohy, které jsou součástí řady situací ze skutečného světa. Je třeba ovšem rozlišovat podobu konceptu (probíranou v této části) a podobu hodnocení (probíranou níže). Ne každou ze situací reálného světa lze vhodně simulovat v úloze posuzující numerickou gramotnost. Kromě toho vhodnost určitého hodnocení pro skutečné zachycení, zhodnocení a skórování reakcí spjatých s numericky gramotným jednáním záleží na technických aspektech tohoto hodnocení. Ačkoli hodnocení v počítačovém prostředí má mnohé přednosti, specifikace přijaté účastnickými zeměmi vnášejí do hodnocení dovedností v PIAAC určitá omezení: jsou důsledkem použitého počítačového prostředí, potřeby okamžitého skórování odpovědí jako předpokladu adaptivního testování, které je nutné pro efektivní ocenění schopností, a konečně omezení testovacího času na jednotlivce, které je typické pro rozsáhlá šetření v domácnostech. Tyto skutečnosti vyžadují používat krátké samostatné úlohy, vyloučit delší problémové úlohy a zakázat použití většiny takových úloh numerické gramotnosti, které vyžadují komunikaci s respondenty ve volné textové formě. Pro upřesnění: při vlastním hodnocení všech dovedností v PIAAC je prakticky nemožné použít úlohy vyžadující odpovědi založené na komunikaci, například pokud musí dospělí vysvětlovat interpretaci dané informace či popisovat, jak situaci hodnotí či analyzují nebo *jak o této situaci uvažují*. Takové úlohy jsou důležitou a neoddělitelnou součástí situací numerické gramotnosti dospělých a jsou podstatnou součástí konceptu numerické gramotnosti, ovšem jen velmi malá část jich mohla být zařazena do banky úloh pro první cyklus PIAAC.

3.1.3 Aspekt 3: Matematický obsah/informace/představy

66. Matematické informace lze klasifikovat několika způsoby a v několika úrovních abstrakce. Jedním z přístupů je odkaz na fundamentální „velké myšlenky“ matematiky. Steen (1990) například rozlišuje šest obecných kategorií: množství, rozměr, zákonitost, tvar, nejistota a změna. Rutherford & Ahlgren (1990) popisují síť provázaných konceptů: čísla, tvary, nejistota, sumarizace dat, výběr vzorků a dokazování. Dossey (1997) rozdělil matematicky gramotné jednání v kvantitativní gramotnosti takto: reprezentace a interpretace dat; smysl pro čísla a operace; měření; proměnné a vztahy; geometrické vztahy a prostorová představivost; náhoda. Mnohé učební osnovy v různých zemích světa na tyto klíčové oblasti nějakým způsobem odkazují, třebaže pro ně používají pozměněnou terminologii nebo je odlišně seskupují (např. NCTM, 2000).

67. Na základě těchto a podobných klasifikací je v rámci numerické gramotnosti pro ALL (Gal et al., 2005) definováno pět oblastí matematického obsahu, informací a představ, které charakterizují matematické nároky kladené na dospělé: množství & čísla; rozměr & tvar; data & pravděpodobnost; zákonitosti, funkce & vztahy; změna. PIAAC zachovává první tři kategorie a zbylé dvě shrnuje do jedné kategorie nazvané „zákonitosti, vztahy a změna“. Takovýto posun se zdál být vhodný, neboť tyto dvě kategorie si jsou dostatečně podobné. Dokonce i Ginsburg et al., 2006, ve své analýze složek numerické gramotnosti začlenili 'změnu' do společné oblasti nazvané 'zákonitosti, funkce a algebra'. Spojení těchto dvou kategorií má dvě výhody: umožňuje soustředit se na oblasti, které se navzájem výrazněji liší, a zároveň udržuje lepší konceptuální návaznost na PISA – o tomto problému podrobněji pojednává oddíl 5.

68. V návaznosti na výše uvedené byly v PIAAC určeny čtyři klíčové oblasti matematického obsahu, informací a představ pro hodnocení numerické gramotnosti, které jsou ve zkratce popsány níže.

(a) **Množství a čísla.** *Množství* popisuje Feyem jako výsledek lidské potřeby kvantifikovat svět okolo sebe za použití takových atributů, jako jsou: počet

vlastností či položek; ceny a poplatky za zboží a služby; velikost (např. délka, obsah a objem); teplota, vlhkost a tlak atmosféry; populace a různá tempa jejich růstu, příjem nebo zisk společností apod. *Číslo* je základem kvantifikace a různé druhy čísel kvantifikaci různými způsoby omezují: celá čísla mohou být použita k počítání či odhadu; zlomky, desetinná čísla a procenta umožňují větší přesnost, umožňují vyjádřit část nebo porovnávat; kladná a záporná čísla mohou sloužit jako ukazatele směru. Kromě kvantifikace lze věci za pomoci čísel zařazovat či identifikovat (k tomu slouží např. telefonní čísla nebo poštovní směrovací čísla). Dále je zapotřebí s těmito množstvými a čísly operovat (čtyři hlavní početní operace $+$, $-$, \times , \div a další, např. umocňování). Zkušenost s množstvím, číslem a početními operacemi vyžaduje dobrý 'smysl' pro velikost. Při rozhodování o potřebné přesnosti nebo o tom, jaké pomůcky použít (kalkulačka, počítání z paměti, počítač), se dostává do hry kontextuální rozhodování. Hospodaření s časem a s penězi – část matematiky, která je v životě dospělých vždy přítomna – závisí na dobrém smyslu pro čísla a množství. Základní úlohou numerické gramotnosti může být výpočet ceny jedné plechovky, pokud je dána cena 2,00 \$ za 4 ks; úloha s vyššími kognitivními požadavky pak může zahrnovat složitější čísla, jako například při výpočtu ceny za nákup 0,283 kg sýra v ceně 12,95 € za kg.

- (b) **Rozměr a tvar.** *Rozměr* zahrnuje „velké koncepty“ spojené s jedním, dvěma a třemi rozměry „věcí“ (za použití prostorových a číselných popisů), s projekcemi, délkami, obvody, plochami, rovinami, povrchy, umístěním apod. Zkušenost s každým rozměrem vyžaduje smysl pro měřítka a odhady, přímé měření a odvozené dovednosti měřit. *Tvar* je kategorie popisující skutečné obrazy a entity, které si lze představit (např. domy a budovy, nákresy ve výtvarném umění, varovné symboly, balení, sněžné vločky, uzly, krystaly, stíny a rostliny) jak ve dvou, tak ve třech rozměrech. Směr a umístění jsou základními vlastnostmi, na které se odkazuje při čtení z mapy či diagramu, při jejich interpretaci a nákresu. Tato obsahová oblast vyžaduje pochopení jednotek a systémů měření jak neformálních, tak standardních, jako jsou metrický či imperiální (angloamerický, nemetrický) systém. Prostou úlohou numerické gramotnosti v tomto základním aspektu může být stanovení tvaru, zatímco složitější úloha může zahrnovat popis změny objemu předmětu při změně jednoho z rozměrů.
- (c) **Zákonitost, vztahy a změna.** Často se píše, že matematika je studium zákonitostí a vztahů. *Zákonitost* se rozumí obecný koncept, který zahrnuje zákonitosti všude okolo nás, jako jsou zákonitosti v hudebních formách, přírodě, dopravě apod. Senechal (1990) argumentuje, že naše schopnost identifikovat, interpretovat a formulovat zákonitosti je klíčová pro vypořádání se se světem okolo nás. Na lidské schopnosti identifikovat zákonitosti a vztahy je založena podstatná část matematického uvažování. *Vztahy* a *změny* souvisejí s matematikou, která reprezentuje, jak jsou věci ve světě propojeny nebo jak se vyvíjejí. Jednotlivé organismy rostou, populace se v průběhu času mění, ceny se pohybují, pohybující se předměty svůj pohyb zrychlují či zpomalují. Některé vlastnosti či hodnoty se mohou měnit v přímé úměře či v závislosti na jiné změně, zatímco jiné vlastnosti se mohou měnit v opačném směru či jiným způsobem. Změna a rychlost změn poskytuje příběh světa v čase. Schopnost zobecnit a pochopit vztahy mezi proměnnými je zásadní branou k pochopení základních ekonomických, politických a sociálních analýz. Tato oblast zahrnuje schopnost vytvářet a/nebo používat matematické vzorce pro různé proměnné v příslušné situaci a kromě toho i schopnost užívat a uplatňovat smysl pro poměrové uvažování. Nižší úroveň úloh numerické gramotnosti představuje použití známého vzorce například pro výpočet obsahu čtverce či obdélníku. Složitější úlohy na vztahy a změny mohou

vyžadovat použití vzorců například pro výpočet úroku z úroků nebo vlastního BMI (Body Mass Index). Úlohy mohou rovněž zahrnovat použití tabulkového procesoru nebo internetového kalkulátoru k prozkoumání možných úrokových sazeb nebo různých temp hubnutí či přibírání na váze a jejich dopadu na dlouhodobé úspory nebo na zdravotní rizika.

- (d) **Data a pravděpodobnost.** Data a pravděpodobnost zahrnují dvě provázaná, nicméně samostatná témata. Pojem *data* zahrnuje „velké myšlenky“ jako variabilita, volba vzorku, chyba a predikce a příbuzná statistická témata jako sběr dat, reprezentace dat a grafy. Moderní společnost od dospělých vyžaduje, aby byli schopni interpretovat a vytvářet soubory dat, jako například tabulky frekvencí, kruhové diagramy a grafy, a vytřídit podstatná data z nepodstatných. Pojem *pravděpodobnost* zahrnuje „velké myšlenky“, jako je pravděpodobnost, subjektivní pravděpodobnost a odpovídající statistické metody. Jen velmi málo věcí je jistých na 100 %, proto je schopnost přiřadit nějakému jevu hodnotu vyjadřující jeho pravděpodobnost užitečným nástrojem, ať už jde o počasí, burzu cenných papírů nebo o rozhodnutí, zda nastoupit do letadla. V této matematické kategorii může být základní úlohou numerické gramotnosti interpretace jednoduchého kruhového diagramu; složitější může být odhad pravděpodobnosti jevu, jako například předpověď počasí, na základě předchozích informací.

3.1.4 Aspekt 4: Reprezentace matematických informací

69. Matematické informace mohou být v dané situaci dostupné nebo mohou být reprezentovány v řadě podob. Mohou existovat jako konkrétní počítatelné objekty (např. lidé, budovy, automobily apod.) nebo jako obrazy takovýchto objektů. Mohou být zprostředkovány pomocí symbolického zápisu (např. čísla, písmena a operační a vztahové symboly). Někdy mohou být matematické informace zprostředkovány vzorci, které modelují vztah mezi entitami nebo proměnnými. Matematické informace mohou být kódovány vizuálně v podobě diagramů a grafů; grafy a tabulky mohou být použity k zobrazení souborných statistických nebo kvantitativních informací (zobrazením objektů, výpočtem dat apod.). Podobně může mapa skutečné entity (např. města nebo projektu) obsahovat informace, které lze kvantifikovat nebo matematizovat. A konečně řadu matematických informací mohou nést textové prvky nebo mohou interpretaci matematických (nebo statistických) informací ovlivnit, jak je popsáno dále.

70. V životě dospělých může nastat potřeba získávat informace z různých druhů textu, ať už ze souvislého textu nebo z dokumentů v určitém formátu (například v daňových příznáních). V úlohách numerické gramotnosti se lze setkat se dvěma druhy textu. První zahrnuje matematické informace obsažené v textu, tj. slova či fráze, které nesou matematický význam. Příkladem je použití číslovek (např. „pět“ namísto „5“), základních matematických termínů (např. zlomky, násobení, procento, průměr, poměr) nebo složitějších frází (např. „zločinnost vzrostla o polovinu“), které vyžadují interpretaci nebo vypořádání se s dvojitým významem (nebo s rozdíly mezi matematickým a každodenním významem těchto termínů). Druhá úloha zahrnuje případy, ve kterých jsou matematické informace vyjádřeny běžnými zápisy či symboly (např. čísla, symboly plus a minus, symboly jednotek apod.), ovšem jsou obklopeny textem, který, přes jeho nematematický charakter, je rovněž třeba nějak interpretovat pro získání dodatečných informací a kontextu. Příkladem je bankovní směnka s textem a instrukcemi, ve kterých jsou začleněny texty reprezentující finanční částky, nebo pokuta za nesprávné parkování specifikující výši pokuty splatnou do určitého data a zároveň vysvětlující penále a další soudní postup, který nastane, pokud nebude pokuta do daného data zaplácena.

3.2 Procesy: kognitivní a nekognitivní

71. Kompetence numerické gramotnosti se projevují prostřednictvím reakcí (jimiž jsou identifikace, interpretace, zpracování, hodnocení a sdělování) na matematické informace a představy reprezentované v určité situaci či aplikovatelné na danou situaci. Je jasné, že numericky gramotné jednání musí zahrnovat pokus zapojit se do úkolu, nikoli přenechat ho ostatním či matematický obsah záměrně ignorovat. Numericky gramotné jednání ovšem nezáleží pouze na kognitivních dovednostech a poznatkové bázi, ale také na několika faktorech a procesech popsanych v tabulce 1 (NRDC, 2006; Tout, 2006).

72. Tyto procesy zahrnují propojení matematických vědomostí a konceptuálního porozumění s obecnějším uvažováním, s dovedností řešit problémy a s dovednostmi z oblasti literární gramotnosti. Numericky gramotné jednání a to, zda se někdo samostatně zapojí do úkolů numerické gramotnosti, závisí i na jeho dispozicích (postoje, názory, myšlenkové stereotypy apod.) a na předchozích praktických zkušenostech, které si dospělí do každé situace přinášejí. Ty jsou krátce shrnuty níže. Většinu z těchto faktorů a procesů rovněž popsal Kilpatrick (2001) v rámci své analýzy konstruktů numerické gramotnosti a dále ji prozkoumali a považovali za podstatnou pro popis matematické gramotnosti (*mathematical literacy*) dospělých v nedávné studii Ginsburg et al. (2006).

3.2.1 Matematické vědomosti a konceptuální porozumění

73. Pojem konceptuálního porozumění odkazuje na *integrované a funkční uchopení matematických představ* (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001, s. 118). Podle Ginsburga et al. (2006) oba aspekty konceptuálního porozumění, tj. integrované a funkční, ohraničují schopnost myslet a jednat numericky a efektivně; v různých koncepcích numerické gramotnosti v různých zemích se pro to používají rozličné termíny, jako například „vytváření významu“, „vztahy“, „modelování“ a „porozumění“. Konceptuální porozumění může studentům pomoci při vytváření rozumných odhadů, které jim umožní zachytit početní chyby nebo uvědomit si, že není zapotřebí přesný výsledek, ale že pro daný účel odhad postačí. Ginsburg et al. (2006) dále tvrdí, že konceptuální porozumění umožňuje oprostít se od snahy pamatovat si všechny možné metody a postupy, tzn. že dospělý dokáže přemýšlet o významu úkolu a „zkonstruovat nebo zrekonstruovat“ reprezentaci, která zároveň osvětluje význam a navrhuje metodu řešení. Podle jejich příkladu pak základní konceptuální porozumění zahrnuje interpretaci a představu 23×13 jako 23krát opakované přidávání 13 předmětů (pak přesný výsledek získáme přidáváním skupin) nebo jako obdélníkový útvar 23 na 13 (pak lze spočítat prvky v útvaru).

3.2.2 Adaptivní uvažování a dovednost řešit problémy

74. V průběhu života dospělí vytvářejí či používají ke zvládnutí svých kvantitativních situací různé strategie. Některé jsou založeny na předchozím formálním vzdělání, zatímco jiné mohou být samostatně vynalezeny nebo přizpůsobeny pro danou situaci. Lidé musí při řešení početních problémů nebo při zvládnutí určitých kvantitativních úloh rekonstruovat realitu matematicky, například za pomoci modelů či matematizace. To mohou provádět samostatně nebo prostřednictvím diskuse s ostatními. Strategie řešení problémů mohou zahrnovat např. získání potřebných informací z úlohy/činnosti; přepsání/přeformulování úlohy; kresbu, diagram či náčrt; odhad a kontrolu; sestavení tabulky a/nebo vytvoření konkrétního modelu či reprezentace (Kilpatrick, 2001; Ginsburg et al., 2006).

3.2.3 Čtenářské dovednosti

75. Schopnosti číst, psát a vyjadřovat se jsou důležitými dovednostmi pro zvládnutí úloh či aktivit numerické gramotnosti nebo pro sdělování výsledků práce na takovýchto úlohách.

V případech, kdy „matematické reprezentace“ zahrnují text, je výkon v úlohách numerické gramotnosti založen nejen na formálních matematických a statistických znalostech, ale také na porozumění psanému textu a na gramotnostních dovednostech, strategiích čtení a na předchozích gramotnostních zkušenostech. Například sledování početních postupů popsanych v textu (jako jsou instrukce pro výpočet dopravních poplatků nebo daně z přidané hodnoty na objednávce) může vyžadovat speciální strategie čtení, neboť takovýto text může být velmi hutný a strukturovaný. Podobně může analýza matematických vztahů vyjádřených v textu vyžadovat zvláštní interpretační dovednosti, jako například v jednoduchém případě rozeznání podobnosti mezi výrazy „cena se zdvojnásobila“ a „cena byla dvakrát tak vysoká“ a rozdílu mezi „úroveň výroby byla v průběhu posledních pěti let stálá“ a „úroveň výroby se v průběhu posledních pěti let stále zvyšovala“.

3.2.4 Znalost kontextu/světa

76. Správná interpretace matematických informací a kvantitativních zpráv po dospělých vyžaduje schopnost umístit zprávy do správného kontextu, zapojit svou znalost světa a použít své osobní zkušenosti a návyky, jak je popsáno dále. Znalost světa rovněž obecně napomáhá čtenářské gramotnosti a je klíčová pro to, aby jakákoliv zpráva „dávala smysl“. Například schopnost dospělých pochopit tvrzení statistiků nebo grafy v médiích závisí na informacích, které ze zprávy dokážou získat o pozadí studie nebo předložených dat. Při interpretaci statistických tvrzení předkládaných žurnalisty, inzerenty apod. je znalost kontextu hlavní determinantou čtenářovy znalosti příčin rozptylu a chyby, pomáhá mu pochopit, proč dochází k rozdílům mezi různými skupinami (například ve zdravotnických nebo vzdělávacích experimentech) nebo jaká mohou existovat alternativní vysvětlení pro popsaná zjištění o asociaci nebo korelaci mezi určitými proměnnými. Podobně je znalost světa předpokladem, který umožňuje kriticky uvažovat o statistických zprávách a chápat důsledky popsanych zjištění.

3.2.5 Názory a postoje

77. Výzkumy tvrdí, že reakce na úlohu z oblasti matematické gramotnosti – ať jde o vnější akce, o vnitřní myšlenkové procesy či o přijetí kritického postoje – závisí nejen na vědomostech a dovednostech, ale také na (negativním) přístupu k matematice, na názorech na vlastní matematické dovednosti, na myšlenkových stereotypech a na předchozích zkušenostech s úlohami s matematickým obsahem (Lave, 1988; Schliemann & Acioly, 1989; Saxe, 1991). V některých kulturách se někteří dospělí, včetně vysoce vzdělaných, rozhodnou, že nejsou „dobří na čísla“ nebo mají jiné pocity vůči sobě či svým schopnostem, což se obvykle přisuzuje předchozím negativním zkušenostem s výukou matematiky (Tobias, 1993). Takové názory a postoje stojí v protikladu k požadované schopnosti 'být zadobře s čísly' (Cockcroft, 1982) a může to ovlivnit motivaci k rozvoji nových matematických dovedností nebo k vyřešení matematicky zaměřené úlohy a může to rovněž ovlivnit výkon v testu (McLeod, 1992).

78. V reálném světě se dospělí s negativním matematickým sebepojetím mohou rozhodnout vyhybat se problémům s kvantitativními prvky, zvládnout pouze část nebo přesouvat problém na někoho jiného, např. požádají rodinného příslušníka nebo prodavače o pomoc. Taková rozhodnutí či jednání mohou snížit mentální a emocionální zátěž (Gal, 2000). Mohou ovšem také omezit samostatnou reakci na matematické nároky skutečného světa a mohou tak mít negativní důsledky, např. dotyčný není schopen plně dosáhnout svých cílů.

3.2.6 Zkušenosti a praktiky spojené s numerickou gramotností

79. Výzkum naznačuje, že matematické vědomosti jak dospělých, tak dětí se vyvíjejí ve škole i mimo ni (např. Schliemann & Acioly, 1989; Saxe, 1991; Lave, 1998). Saxe a jeho kolegové popisovali důležitost kulturních zvyklostí pro rozvoj matematického myšlení a jak tyto zvyklosti hluboce ovlivňují kognitivní konstrukce a matematické představy v závislosti např. na použitých předmětech a nástrojích, na povaze místního měrného systému, na použitých početních či výpočetních pomůckách (počítadlo, kalkulačka), na dělbě práce mezi členy rodiny a na obecných vzorech a typech společenských aktivit. Frekvence, v jaké jsou zapojováni do matematických úkolů a vystavováni matematickým a statistickým informacím a zobrazením, ať už v zaměstnání, v domácnosti, při nákupu nebo v dalších souvislostech, je rovněž velmi zajímavá. Aktivní zapojení nebo návyky mohou být v tomto ohledu jak výsledkem určité dovednostní úrovně, tak i příčinou příslušnosti k určité dovednostní úrovni, nebo alespoň faktorem, který vedle předchozího formálního školního vzdělání tuto úroveň ovlivňuje.

80. Výše uvedené myšlenky naznačují, že numericky gramotné jednání nezávisí pouze na matematických vědomostech a příslušných s nimi spojených dovednostech uvažování a řešení problémů, které byly získány jako součást formálního školního vzdělání. Mezi důležité související procesy, které mohou ovlivnit schopnost dospělých jednat numericky, patří i názory a postoje, numerické návyky a znalost světa. Z tohoto důvodu byly pro doprovodný dotazník (*Background Questionnaire – BQ*) pro PIAAC vytvořeny škály pro hodnocení vybraných názorů a postojů k matematice a návyků z oblasti numerické gramotnosti v pracovním, každodenním a dalších prostředích. Informace získané na těchto škálách mohou pomoci vysvětlit rozdíly ve výkonech dospělých, usnadnit naše pochopení faktorů, které ovlivňují získávání a udržení dovedností a motivace pro další vzdělávání, a vysvětlit vazby mezi numerickou gramotností a souvisejícími proměnnými, jako jsou například účast v dalším vzdělávání nebo status zaměstnaného či nezaměstnaného.

Oddíl 4

Tvorba škály: Principy, omezení, implementace

81. Na operacionalizaci konstruktů numerické gramotnosti do rozsáhlé škály hodnocení působí mnoho faktorů, které ovlivňují rozsah, v jakém lze teoretický konstrukt plně postihnout souborem úloh pro hodnocení. Tento oddíl nejprve popisuje obecná očekávání při hodnocení numerické gramotnosti dospělých vyvozená z dosud uskutečněných hodnocení matematických dovedností dospělých a z teoretických základů popsaných výše, následně formuluje omezení, která mohou ovlivnit tvorbu škály pro přímé hodnocení kognitivních dovedností v PIAAC. Na těchto základech je pak představen náčrt principů, jimiž se hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC řídí, a další podrobnosti o faktorech ovlivňujících složitost (nebo obtížnost) úloh, což je důležité jak pro tvorbu úloh, tak pro interpretaci výsledků testů numerické gramotnosti v PIAAC.

4.1 Obecné názory na formulaci úloh pro hodnocení numerické gramotnosti dospělých

4.1.1 Autenticita a realismus úloh

82. Mnozí autoři zdůrazňovali potřebu udržet autenticitu úloh a připodobnit je co nejlépe k situacím, ve kterých se dospělí v reálném životě setkávají s matematikou. Například Ginsburg et al. (2006, s. 9) tvrdí, že:

„Pokud je přijat předpoklad, že ‘realistické’ není totéž co ‘reálné’, vyvstává vážná otázka, nakolik jsou ‘efektivní’ standardizované krátké testové položky platným měřítkem numerické gramotnosti jednotlivce, pokud tyto položky nejsou strukturovány tak, aby vyvolaly praktické postupy, které dospělí v reálných situacích skutečně používají.“

83. Z toho plyne, že pokud jsou úlohy koncipovány bez návaznosti na reálný svět, mohou být dosaženy jiné výsledky, než pokud jsou úlohy zasazeny do skutečných situací. (Lave, Murtagh & de la Rocha, 1984). Řešení problémů v kontextualizovaných aktivitách skutečného života a pracoviště se mohou lišit od řešení školních úloh (Resnick, 1987; Greeno, 2003). Proto se hodnocení numerické gramotnosti dospělých musí při výběru zadání i jednotlivých otázek předkládaných respondentům snažit o dosažení vysoké úrovně realismu a autenticity. Touha po udržení autenticity může ovšem v některých případech působit proti potřebě zajistit kulturní přijatelnost úloh a zadání a může snížit efekt kontextu. Úlohy považované za autentické a platné v kontextu jedné země či kultury mohou být v menší či větší míře v jiném kulturním kontextu neznámé. To je tradiční problém mezikulturního testování, jemuž čelily generace odborníků zabývajících se konstrukcí testů.

84. Lze říci, že při testování žáků je problém autenticity a kulturní přiměřenosti menší; (např. v PISA), neboť tvůrci testů mohou použít konvenční matematickou terminologii, vzorce, symboly apod., což při hodnocení ve školním věku pomáhá standardizovat požadavky na respondenty tím, že matematické informace obsažené v různých situacích jsou sdělovány konzistentním způsobem bez ohledu na kulturní kontext. Testování numerické gramotnosti dospělých však přináší větší obtíže, neboť mnozí z nich si nemusí formální zápisy nebo terminologii ze školy pamatovat. V zemích, v nichž velkou část obyvatel tvoří imigranti nebo které používají více domácích jazyků, mohou rozdíly mezi rodným jazykem a školními matematickými lingvistickými konvencemi výkon v některých úlohách z oblasti numerické gramotnosti významně ovlivnit. Proto se při úpravě úloh pro hodnocení dospělých dbalo na lingvistické a kulturní faktory.

4.1.2 Formát a kódování úloh

85. Dalším důležitým aspektem při navrhování způsobu hodnocení numerické gramotnosti dospělých je formát úloh, tj. úlohy s výběrem jedné (nebo více) odpovědi nebo úlohy s volnou tvorbou odpovědi, v nichž respondenti na úlohu nebo otázku zadanou při vlastním hodnocení odpovídají svými slovy nebo mají jinou možnost, jak odpovědět, a nejsou vázáni na konkrétní malou sadu předem daných odpovědí jako při testech s výběrem odpovědi. Mezi klíčové argumenty pro použití formátu volně tvořených odpovědí při hodnocení numerické gramotnosti dospělých patří fakt, že ve většině situací ve skutečném životě mají dospělí při rozhodování volnost v tom, jak na danou úlohu zareagují. Mnohé úlohy ze skutečného života vyžadují přibližné odpovědi nebo odhady místo přesných výsledků nebo názory a úsudky, které musí dospělí vyjádřit svými vlastními slovy. Kromě toho je už déle známo, že testy s výběrem odpovědi mohou jen v omezené míře odrážet procesy uvažování a řešení problémů a argumenty, které vedly k volbě dané odpovědi. Užití úloh s výběrem odpovědi tedy snižuje schopnost změřit, v jakém rozsahu jsou dospělí schopni „matematicky komunikovat“. Na druhé straně může být kódování správnosti či nesprávnosti volných odpovědí mnohem obtížnější a může vyžadovat další školení kodérů, zatímco úlohy, v nichž respondenti musí vybírat z omezené nabídky možných odpovědí, někdy (ovšem nikoli vždy) znamenají snažší práci z hlediska nákladů, rychlosti a spolehlivosti kódování.

4.1.3 Použití kalkulačů a dalších pomůcek a předmětů

86. Hodnocení numerické gramotnosti, ať už je prováděno na papíře, nebo v ekvivalentním počítačovém testu, musí brát v potaz fakt, že praktiky numerické gramotnosti v každodenních a pracovních situacích zahrnují rovněž použití určitých předmětů a nástrojů. Zaprvé je třeba prozkoumat použití kalkulačů, které jsou v dnešní době velmi levné a v mnoha zemích dostupné dospělým ze všech společenských tříd. Kalkulačové se používají ve výuce už řadu let, mnoho dospělých by tedy s nimi mělo umět zacházet. Jsou tak nástroji, které jsou součástí matematického života v mnoha kulturách. Ve velkých testovacích projektech se použití kalkulačů stále častěji umožňuje, někdy dokonce vyžaduje. Diskuse, zda by se použití kalkulačů a dalších nástrojů mělo při hodnocení připustit nebo nikoli, ovšem stále probíhá.

87. Je zřejmé, že dospělým by se při hodnocení dovedností numerické gramotnosti mělo dovolit užití kalkulačů a že se mohou rozhodnout, zda a jak jej použijí. Pokud je ovšem jeho použití povoleno, nelze zjistit, co přesně s ním daný respondent dělá nebo jak přesně byl v dané úloze použit, např. zda ho používá pro výpočet výsledku, který je pak odpovědí na úlohu, nebo ke zkontrolování výsledků, k nimž došel počítáním z paměti nebo na papíře. Rovněž je obtížné zdokumentovat postupy při použití kalkulačů, aniž by zkoušející kontroloval po celou dobu práci „přes rameno“ a narušoval tím pracovní proces. Proto získání informací o použití kalkulačů představuje mnohá úskalí, byť je přístup k nim v průběhu testu klíčový. Ovšem bez informací o způsobu použití je obtížné analyzovat, zda použití kalkulačů pomáhá dospělým zvládat určité úlohy numerické gramotnosti, nebo rozhodovat o možných dopadech na vzdělávání a na politická rozhodnutí.

88. Kromě kalkulačů mohou být v některých úlohách použity i další nástroje nebo předměty. Použití pravítka nebo měřicí pásky, ať už v soustavě metrické, nebo anglosaské (palce), je součástí kontextu, v němž se kompetence numerické gramotnosti dospělých projevuje, ať už v pracovních, nebo odpovídajících domácích situacích (např. truhlářství, stavba, přestavba domu). Dále může použití předmětů, které lze počítat nebo s nimi manipulovat (mince, fazole), osvětlit schopnost jednotlivců s nízkými dovednostmi nebo nízkou gramotností zvládat určité každodenní situace obsahující jednoduché kvantitativní informace. (Do hodnocení numerické gramotnosti lze samozřejmě zařadit i použití dalších

sofistikovanějších předmětů, jako je například počítačový tabulkový procesor, to však je v PIAAC zařazeno do oblasti 'řešení problémů'.)

89. Použití kalkulačky, pravítka nebo předmětů, jako jsou mince, je v zásadě pro hodnocení dovedností dospělých z oblasti numerické gramotnosti žádoucí. Ovšem jeho skutečné zařazení do hodnocení takového rozsahu, kdy se má provádět standardizované a efektivní testování tisíců dospělých v domácnostech v mnoha zemích, má psychometrické, pracovní a finanční důsledky. Proto je v rámci prvního cyklu PIAAC respondentům umožněno použití kalkulátorů a papírových (tištěných) pravítek s metrickou i anglosaskou soustavou. Není ovšem možné použít jiné typy předmětů, například mince dané země, z důvodu jejich různorodosti.

4.2 Pojetí hodnocení v PIAAC

V hodnocení PIAAC je navrženo použít metodologie šetření v domácnostech, která předpokládá celkový čas testování na jednoho respondenta zhruba 60–80 minut. Během této doby je třeba provést krátký rozřazovací test, předložit úlohy pro hodnocení v jedné nebo několika oblastech kompetencí (čtenářská gramotnost, matematická gramotnost, řešení problémů) a sebrat informace o zázemí respondentů a o různých zkoumaných kontextových proměnných za pomoci dotazníku na zázemí (*Background questionnaire*). Projekt hodnocení v PIAAC předpokládá počítačová měření kompetencí, pokud jsou možná, ale zároveň poskytuje možnost použít sešity pro hodnocení dospělých, kteří nemají zkušenosti s prací na počítači nebo se při ní necítí dobře, a budou tedy pracovat za pomoci papíru a tužky.

4.2.1 Adaptivní testování

90. Pro zlepšení efektivity je hodnocení pro většinu respondentů prováděno pomocí počítačového systému TAO, který používá počítačový adaptivní proces testování. Adaptivní testování znamená, že úlohy (tj. zadání a otázky k němu) jsou zobrazeny počítačem, respondenti odpovídají na počítači a jejich *odpovědi jsou automaticky (okamžitě) skórovány jako správné nebo nesprávné* bez potřeby zapojit do interpretace odpovědi lidské rozhodčí nebo kodéry. Toto automatické hodnocení je klíčové, neboť adaptivní testování je založeno na kumulativním výsledku v úlohách – TAO se v různých bodech hodnocení rozhoduje podle pravidel uložených v počítačovém programu, které další úlohy ze souboru (s vyšší nebo nižší obtížností) má respondentovi předložit.

91. Klíčovou výhodou adaptivního testování je to, že může co nejpřesněji určit úroveň schopností respondenta za pomoci menšího množství testových položek, než je zapotřebí v tradičních testech, v nichž musí respondenti zodpovědět všechny otázky v testu, od nejjednoduchých po nejtěžší. Adaptivní testování může proto umožnit hlubší a přesnější hodnocení úrovně schopností respondenta a zároveň zmenšit množství nutných odpovědí a šanci, že respondenti budou muset řešit mnoho úloh, které jsou nad jejich schopnosti a pouze je frustrují.

92. Hodnocení numerické gramotnosti v prvním cyklu PIAAC je nicméně projektem omezeno několika způsoby. Zaprvé celkový testovací čas na respondenta nedovoluje zahrnout širší úlohy nebo zdlouhavé simulace složitých autentických úloh numerické gramotnosti, ačkoli je prokázáno, že schopnost řešit složité a širší problémy numerické gramotnosti je neoddělitelnou součástí kompetence numerické gramotnosti. Pro pokrytí všech aspektů konstruktu numerické gramotnosti v omezeném čase, který je k dispozici, bylo předepsáno použít větší množství krátkých úloh.

93. Z druhého potřeba vyhodnotit odpovědi automaticky omezuje typy úloh, které lze pro hodnocení použít. Ačkoli systém TAO umožňuje respondentům poskytnout odpověď několika různými způsoby (např. zadáním čísla, kliknutím na určitou oblast na obrazovce nebo

výběrem z nabídky), nedokáže v současné fázi vývoje většinu volných textových odpovědí přijmout, vzhledem k obrovskému množství možných způsobů, jimiž mohou respondenti své odpovědi vyjádřit. Omezení jsou působena obtížností, s jakou lze automaticky kódovat (tj. hodnotit odpověď jako správnou nebo nesprávnou) volně formulované odpovědi v desítkách jazyků s přihlédnutím k různým gramatickým a syntaktickým strukturám a zároveň opravit různé chyby, které lze při zápisu textu do počítače očekávat. Příkladem může být situace, kdy respondenti:

- zapíší čísla či odhady, které lze vyjádřit několika různými, nicméně matematicky ekvivalentními zápisy, jako například „čtvrtina“, „0,25“, „1/4“, „1 ze 4“ nebo „okolo pěti až šesti“, „5,00 až 6,00“;
- poskytnou vysvětlení, jakým postupem dospěli k výsledku („odečetl šest od výsledku 30“, „provedl jsem 30–6“);
- popíší své interpretace daných informací například ve formě simulovaného mediálního prohlášení;
- popíší zdůvodnění pro své odpovědi nebo vypíší důkazy podporující jejich výsledky.

94. V důsledku výše zmiňovaných omezení jsou určité typy úloh numerické gramotnosti, zvláště úlohy zahrnující interpretaci nebo odhad/analýzu, kdy odpovědi mají formu sdělení, zastoupeny v prvním cyklu PIAAC pouze částečně nebo slabě. Ve snaze o nalezení způsobu, jak alespoň zčásti obejít omezení při zpracování textu dané počítačovými testováními, mohou být respondenti v několika otázkách požádáni, aby poskytli vysvětlení své odpovědi výběrem z vytvořených uzavřených textů, aby tak simulovali způsob, jakým lidé vysvětlují své odpovědi ve skutečném životě. Takováto experimentální řešení jsou ovšem v nejlepším případě částečná a mají svá vlastní omezení. Očekává se, že v budoucích cyklech PIAAC budou některé ze současných technických problémů vyřešeny, což umožní širší pokrytí většího počtu aspektů konstruktu numerické gramotnosti. Kromě toho je třeba poznamenat, že respondenti bez zkušenosti s prací na počítači nebo ti, kteří se při takové práci necítí dobře, jsou odkázáni na tištěnou podobu hodnocení. Ačkoli většina úloh, které jsou v této části testu obsaženy, je totožná s úlohami počítačovými, některé po respondentech vyžadují, aby interpretovali nebo vysvětlili své uvažování pomocí odpovědí psaných volnou formou, což pomáhá rozšířit pokrytí konstruktu numerické gramotnosti nad rámec možností samotného počítačového hodnocení.

4.2.2 Soubor úloh a škálování

95. Záměrem PIAAC je propojit jeho výsledky s předchozími mezinárodními hodnoceními dospělých. Proto projekt PIAAC vyžaduje, aby 60 % použitých úloh čtenářské a numerické gramotnosti vycházelo z banky úloh použitých v ALL a IALS. Tyto předchozí úlohy slouží jako spojovací článek a nové úlohy byly pro PIAAC vytvořeny tak, aby vyhovovaly nárokům a omezením počítačového adaptivního testování. Celkově se od úloh pro hodnocení numerické gramotnosti očekává, že umožní prezentovat výsledky respondentů podobným způsobem jako v případě úloh ve výzkumech ALL a IALS, ve kterých byla hrubá skóre na škále 0–500 přiřazena pěti úrovním dovednosti vymezeným přibližně takto:

- Úroveň 1: hrubé skóre 0–225 (nejnižší úroveň)
- Úroveň 2: hrubé skóre 226–275
- Úroveň 3: hrubé skóre 276–325
- Úroveň 4: hrubé skóre 326–375
- Úroveň 5: hrubé skóre 376–500 (nejvyšší úroveň)

4.3 Principy hodnocení numerické gramotnosti v PIAAC

96. Příprava hodnocení numerické gramotnosti pro PIAAC byla založena na řadě obecných principů a vodítek popsaných dále. Tyto principy berou v úvahu dosavadní literaturu o velkých projektech hodnocení matematických dovedností a numerické gramotnosti dospělých (Gal et al., 2005; Gillespie, 2004; Murat, 2005) a další podkladové dokumenty a propozice zpracované v rámci přípravy PIAAC (např. Gal, 2006; Jones, 2006; Murray, 2006; Tout, 2006), obecné myšlenky uvedené v předchozích oddílech a konečně známá technická omezení prvního cyklu PIAAC:

- (a) *Úlohy by měly postihnout co nejvíce možných součástí každého ze čtyř aspektů kompetence numerické gramotnosti.* Řešení úloh by mělo vyžadovat zapojení velkého rozsahu dovedností a vědomostí zahrnutých do konstruktu numerické gramotnosti a popsaných v tabulce 1 (viz oddíl 2). Měly by být zahrnuty všechny čtyři oblasti matematického obsahu, informací a představ (aspekt 3 v tabulce 1), a to v následujícím poměru:
- 30 % množství & číslo
 - 25 % rozměr & tvar
 - 20 % zákonitosti, vztahy, změny
 - 25 % data & pravděpodobnost
- (b) *Úlohy by měly usilovat o co největší možnou autenticitu a přiměřenost kulturnímu prostředí.* Měly by vycházet ze situací skutečného světa a postihovat všechny kontexty a situace (tj. každodenní život, zaměstnání, společnost, další vzdělávání), o nichž lze předpokládat, že v účastnických zemích PIAAC mohou mít váhu a relevanci. Obsah úloh a otázky by se respondentům napříč kulturami měly jevit smysluplné, ačkoli je nutno připustit, že v hodnocení takového rozsahu, jako je PIAAC, nemohou být všechny úlohy a kontexty důvěrně známé ani všem dospělým v jedné zemi, natož pak napříč všemi zeměmi.
- (c) *Úlohy by měly mít formát volné odpovědi v míře, jakou umožňuje počítačový systém použitý pro administraci hodnocení v PIAAC.* Úlohy by měly být strukturovány tak, aby obsahovaly zadání (např. obrázek, kresbu, vizuální zobrazení) a jednu nebo více otázek, na které respondenti mohou odpovědět formou, jakou umožňuje TAO, především: číselný zápis, kliknutí myší, výběr určité oblasti v zadání, použití různých nabídek (menu). (Vzhledem k výše uvedené nemožnosti skórovat textové odpovědi s případnými tiskovými chybami a vzhledem k existenci několika způsobů, jak tutéž matematickou informaci vyjádřit pomocí slov nebo číslic, je zápis textu omezen na zcela konkrétní slova nebo, v některých případech, jednoduchá čísla.) Kromě toho v tištěné podobě testu PIAAC pro některé respondenty budou použity úlohy umožňující volné odpovědi, což umožní rozšířit možné způsoby odpovědi nad rámec současných možností v počítačové formě.
- (d) *Úlohy by měly postihovat různé úrovně dovedností.* Úlohy by měly zahrnovat celý rozsah dovednostních úrovní účastníků PIAAC od jednotlivců s nízkou kvalifikací (což má význam v zemích, v nichž lze organizovat různá opatření a vzdělávací programy určené hůře kvalifikované populaci) až po jednotlivce s vyšší úrovní kompetencí.

Nicméně je třeba si uvědomit, že potřeba snížit počet zadaných úloh v kterékoliv oblasti vedla autory dřívějších hodnocení (IALS a ALL pro dospělé, PISA pro žáky škol), stejně jako autory PIAAC, k zahrnutí pouze několika velmi

jednoduchých (tj. na úrovni 1) a několika velmi obtížných (tj. na úrovni 5) úloh. Místo toho jsou respondenti klasifikováni do úrovně 1, pokud nezvládnou úlohy na úrovni 2. Obdobně jsou respondenti klasifikováni do úrovně 5, pokud zvládnou úlohy na úrovni 4 a těch několik na úrovni 5. Je zřejmé, že k podrobnějšímu hodnocení konkrétních dovedností, které respondenti na úrovni 1 mají, je zapotřebí samostatné diagnostické hodnocení, jako je například hodnocení dílčích dovedností z oblasti čtenářské gramotnosti připravované pro PIAAC.

Aby bylo možné pomocí adaptivního testování uspokojivě ohodnotit úroveň schopností jednotlivých respondentů, bylo rozhodnuto při tvorbě testových úkolů pro hlavní hodnocení přidělit jednotlivým úrovním následující poměry úloh:

- Úroveň 1: 10 % úloh numerické gramotnosti
- Úroveň 2: 25 % úloh numerické gramotnosti
- Úroveň 3: 30 % úloh numerické gramotnosti
- Úroveň 4: 25 % úloh numerické gramotnosti
- Úroveň 5: 10 % úloh numerické gramotnosti

(e) *Úlohy by měly reprezentovat různé typy reakcí.* Jak je ovšem zmíněno výše, určité typy charakteristických reakcí z oblasti numerické gramotnosti, obzvláště typy vyžadující použití interpretace, hodnocení, analýzy a sdělení, budou kvůli použitému počítačovému systému hodnocení a jeho současným omezením zastoupeny v prvním cyklu PIAAC pouze zčásti nebo slabě. Proto byly kategorie odpovědí 'interpretovat', 'analyzovat/hodnotit' a 'sdělovat' shrnuty pro účely PIAAC do kategorie jedné. Lze doufat, že v budoucích cyklech PIAAC budou některá ze současných technických omezení vyřešena a umožní tak lépe pokrýt více aspektů numerické gramotnosti. Vzhledem k výše uvedenému bude při tvorbě souboru testových položek pro PIAAC zapotřebí přiblížit se k následujícímu poměru jednotlivých typů odpovědí:

- 10 % Identifikovat, najít či zjistit
- 50 % Zpracovat, použít: uspořádat, spočítat, odhadnout, vypočítat, změřit, modelovat
- 40 % Interpretovat, hodnotit/analyzovat, sdělovat

(f) *Úlohy by se měly lišit mírou, v níž jsou začleněny do textu.* Některé úlohy by měly být začleněny do relativně obsažného textu, nebo by takový text měly zahrnovat, zatímco jiné by měly použít jen velmi málo textu, či dokonce žádný text. Cílem takového zastoupení je odrážet různé úrovně zapojení textu v úlohách numerické gramotnosti, jak se vyskytují ve skutečném životě, a zároveň snížit překrývání se škálou čtenářské gramotnosti.

(g) *Úlohy by měly být efektivní.* Pro pokrytí mnoha klíčových součástí kompetence numerické gramotnosti bude zapotřebí zapojit velké množství různých zadání a otázek. Vzhledem k omezenému testovacímu času je ovšem nutné používat krátké úlohy, což předem vylučuje použití úloh, které mohou simulovat déletrvající procesy řešení problémů nebo které vyžadují dlouhou volnou odpověď.

(h) *Úlohy by mělo být možno přizpůsobit měrným systémům všech účastnických zemí.* Úlohy by měly být vytvořeny tak, aby jejich základní matematické nároky byly v jednotlivých zemích co nejvíce konzistentní, pokud jde o jazyk a matematické konvence. Úlohy by například měly být vytvořeny tak, aby pro daná čísla a hodnoty mohly být použity různé měnové nebo měrné soustavy (metrická nebo

anglosaská). Úlohy by si měly zachovávat ekvivalenci co do matematických a kognitivních nároků i po překladu.

4.4 Faktory ovlivňující složitost úloh/testových položek

97. Při projektování jakéhokoliv hodnocení je samozřejmě důležité chápat, co je měřeno. Autoři hodnocení předpokládají, že respondenti při řešení jednotlivých položek (tedy úloh, otázek, zadání apod.) zapojí kognitivní procesy a využijí osvojených vědomostí a dovedností, které se vztahují k měřené oblasti. Proto lze různé úrovně dosažených výsledků vysvětlit kognitivní poznatkovou základnou i dalšími souvisejícími procesy. Je tedy vhodné mít teoretický model nebo soubor hypotéz o tom, které faktory způsobují, že určité úlohy jsou obtížnější, aby tak výsledky hodnocení mohly být správně interpretovány. Soustava nebo přehled faktorů ovlivňujících složitost úloh může rovněž pomoci při propojování výsledků hodnocení s možností sociálních (nebo vzdělávacích) zásahů, může tedy ukázat na dovednosti, které v populaci chybějí a které je třeba dále rozvíjet (Brooks, Heath & Pollard, 2005).

98. Předchozí klíčové práce Kirsche a Mosenthala (např. Kirsch, 2001) a dřívější studie poukázaly na několik klíčových faktorů, které jsou příčinou obtížnosti aritmetických úloh nebo úloh, jejichž součástí je porozumění textu: jsou jimi čitelnost, typ přiřazení, hodnověrnost distraktorů, konkrétnost operací a druh výpočtu a počet kroků. Práce Kirsche & Mosenthala ovlivnily jak tvorbu úloh pro hodnocení v IALS a v dalších výzkumech, tak interpretaci jejich výsledků. Tým ALL pro numerickou gramotnost se při tvorbě škály numerické gramotnosti pokusil pokročit v jejich práci, rozšířit jejich soustavu faktorů ovlivňujících složitost úloh a formulovat ty faktory, o nichž předpokládá, že ovlivňují obtížnost mnoha typů úloh nově zavedených pro měření oblasti numerické gramotnosti a přesahujících rámec užšího konstruktů kvantitativní gramotnosti (*quantitative literacy*) v IALS. Příkladem jsou úlohy zahrnující procenta, znalost měření a prostorového uvažování, statistické koncepty apod.

99. Mnohé faktory ovlivňující obtížnost úloh identifikovali i autoři škály matematické gramotnosti (*mathematical literacy*) pro PISA (2006; jsou to druh a stupeň interpretace a reflexe vyžadované problémem, druh požadovaných dovedností na reprezentaci výsledků nebo druh a úroveň požadovaných matematických dovedností, např. problémy s jedním krokem vs. problémy s mnoha kroky, nebo vyšší matematické vědomosti, složité rozhodování a dovednost řešit problémy a modelovat nebo druh/typ a stupeň požadovaného matematického dokazování. Další faktory, o nichž se předpokládá, že ovlivňují obtížnost ve studiích PISA, ALL a dalších, se vztahují k úrovni povědomí o kontextu a k rozsahu, v němž úlohy vyžadují reprodukci známých postupů a kroků nebo naopak představují nové situace, které vyžadují nerutinní a možná i kreativnější odpovědi. Je třeba zdůraznit, že popis faktorů složitosti úloh v projektu PISA se zdá být vcelku kompatibilní s popisem v ALL, ačkoliv je použita lehce odlišná terminologie a vydané zprávy PISA nepopisují detailně, jak byl při tvorbě jednotlivých úloh využit.

100. Soustava faktorů ovlivňujících složitost úloh numerické gramotnosti použitá v ALL (Gal et al., 2005) byla základním nástrojem ve stádiích tvorby úloh a konstrukce škály v této studii, především proto, že pomohla předem odhadnout, zda jednotlivé úlohy pokryjí rozdílné úrovně obtížnosti. Vzhledem k tomu, že hodnocení numerické gramotnosti PIAAC je založeno na principech vypracovaných pro ALL a že škála pro hodnocení numerické gramotnosti PIAAC užívá přes dva tucty společných položek použitých už v ALL, byl přehled složitosti úloh v ALL jako analytický nástroj pro tvorbu a interpretaci úloh přijat rovněž pro PIAAC. Další podrobnosti jsou uvedeny v příloze 1, která je upravena z Gal et al. (2005).

Oddíl 5

Rozdíly mezi numerickou gramotností PIAAC a příbuznými škálami

101. Pro lepší pochopení toho, co se v oblasti numerické gramotnosti PIAAC měří, je důležité rozlišit mezi konstrukty numerické gramotnosti a dalšími, které byly měřeny v mezinárodních studiích, jako například kvantitativní gramotnost a matematická gramotnost. Jak se ukáže, rozdíly spočívají spíše v úrovni než v úplné odlišnosti těchto konstruktů – nakonec všechny nějakým způsobem odkazují na některý z aspektů matematických vědomostí. Dále je třeba zdůraznit, že rozdíly lépe vyniknou v rovině *operacionalizace* (tj. pokud jde o konstrukci škály pro hodnocení, o limity hodnocení a o samotné úlohy) než v rovině definice (tj. v rovině konceptuální).

5.1 Hodnocení dospělých

102. Nejprve se podíváme na některé koncepty vytvořené pro mezinárodní studie dovedností dospělých. Rámec vytvořený Kirschem a Mosenthalem (viz Kirsch, Jungblut & Mosenthal, 1998) pro popis dovedností dospělých v oblasti čtenářské gramotnosti, včetně aspektů kvantitativních dovedností dospělých, byl obecně akceptován v mnoha národních a mezinárodních projektech hodnocení, z nichž zatím poslední byla *International Adult Literacy Survey* (IALS [Mezinárodní studie gramotnosti dospělých], viz Statistics Canada a OECD, 1996, 1997). Projekt IALS používal pro operacionalizaci svého konceptu gramotnosti tři škály – škálu textové gramotnosti, dokumentové gramotnosti a kvantitativní gramotnosti. Oblast numerické gramotnosti PIAAC je nejbližší škálám dokumentové gramotnosti a kvantitativní gramotnosti, které jsou definovány následovně:

Dokumentová gramotnost: *Vědomosti a dovednosti potřebné k získání a použití informací obsažených v různých formátech (žádosti o zaměstnání, výplatní listiny, jízdní řády, mapy, tabulky a grafy).*

Kvantitativní gramotnost: *Vědomosti a dovednosti potřebné k použití aritmetických operací, ať už jednotlivě nebo postupně, na čísla obsažená v tištěných materiálech/ve formulářích (např. nepřekročit disponibilní prostředky na šekové knížce, vypočítat spropitné, vyplnit objednávací list nebo vypočítat výši úroku z půjčky).*

103. Úlohy dokumentové gramotnosti i některé úlohy kvantitativní gramotnosti odrážejí důležité aspekty matematických vědomostí a dovedností. Například úlohy dokumentové gramotnosti vyžadovaly po respondentech identifikovat, pochopit a interpretovat informace obsažené v seznamech, tabulkách, grafech a zobrazeních; tyto informace někdy obsahovaly kvantitativní informace, například čísla či procenta. Úlohy kvantitativní gramotnosti po respondentech vyžadovaly použití aritmetických operací získaných převážně na základní škole; nevyžadovaly zvládání dalších typů matematických informací (např. měření, znalost tvarů) nebo informací, k jejichž zpracování bylo zapotřebí pochopit text. Kromě toho úlohy použité ve škálách dokumentové i kvantitativní gramotnosti vyžadovaly jen několik typů odpovědí – přesný výpočet nebo určitý typ interpretace. Takové úlohy a odpovědi jsou samy o sobě důležité, představují nicméně pouze část mnohem širší skupiny úloh a odpovědí typických pro mnohé každodenní a pracovní úkoly, jako například třídění, měření, odhad nebo použití modelů (např. vzorců). Lze tedy soudit, že dokumentová i kvantitativní gramotnost pokrývají část aspektů konstruktů numerické gramotnosti, jak jej chápe PIAAC.

5.2 Hodnocení žáků

104. V kontextu mezinárodního hodnocení žáků je matematická gramotnost klíčovým konstruktem. Tento termín se poprvé objevuje jako součást druhého výzkumu TIMSS, ve kterém byly u žáků posledního ročníku sekundárního vzdělávání (obvykle 12. ročník) hodnoceny nejen matematické vědomosti, ale také „matematická gramotnost“ (*mathematical literacy*) (Mullis et al., 1998, s. 43) definovaná takto:

Úlohy matematické gramotnosti se týkají porozumění číslům, včetně zlomků, procent a poměrů. Zahrnují i chápání algebry, měření a odhady, také znázornění dat a jejich analýzu. Některé úlohy zdůrazňují uvažování a společenskou užitečnost. Podle obecného kritéria pro výběr by úlohy měly zahrnovat typy matematických otázek, které se mohou vyskytnout v reálných životních situacích, a podle toho by měly být kontextualizovány.

105. Tato definice ukazuje vztah mezi konceptualizací a operacionalizací jako dvěma stavebními kameny konstruktů. Rovněž je ale patrné, že konstrukt matematické gramotnosti byl definován prostřednictvím jeho aspektů bez obecné definice.

106. PISA (2006) definuje matematickou gramotnost takto:

Matematická gramotnost je schopnost jednotlivce rozpoznat a pochopit roli, kterou matematika hraje ve světě, dospívat k opodstatněným rozhodnutím a používat a zapojovat matematiku tak, aby to odpovídalo potřebám života jednotlivce jakožto tvůrčího, angažovaného a přemýšlivého občana.

107. Tato definice ukazuje jistý překryv a konzistenci s konceptem numerické gramotnosti použitým v předloženém rámci a rovněž se širšími koncepty čtenářské gramotnosti (*literacy*) použitými v IALS, ALL a PIAAC.

Tabulka 2: Oblasti matematického obsahu v PIAAC a PISA

| PIAAC | PISA |
|-----------------------------|----------------|
| Množství & číslo | Množství |
| Rozměr & tvar | Prostor & tvar |
| Data & pravděpodobnost | Neurčitost |
| Zákonitosti, vztahy & změna | Změna & vztahy |

108. Tabulka 2 uvádí čtyři klíčové oblasti obsahu postihované hodnocením numerické gramotnosti v PIAAC a čtyři oblasti obsahu matematické gramotnosti postihované výzkumem PISA. Přes rozdílnou terminologii odkazují oba přehledy matematického obsahu na vcelku velmi podobné oblasti a ukazují na kompatibilitu konceptů PIAAC a PISA.

109. Mezi hodnocením matematické gramotnosti žáků ve věku patnácti let v PISA a hodnocením numerické gramotnosti dospělých v PIAAC existuje několik dalších podobností, jako například:

- PISA se věnuje tomu, jak patnáctiletí žáci řeší úlohy začleněné ve čtyřech kontextech: osobním, školním/pracovním, veřejném a vědeckém, které jsou podobné kontextům probíraným v části 2.4.1 o numerické gramotnosti dospělých.
- Rámec pro hodnocení matematické gramotnosti PISA zdůrazňuje zaměření PISA na problémy skutečného světa: posouvá se za situace a problémy, se kterými se studenti běžně setkávají ve škole, a vyžaduje „schopnost používat tyto dovednosti v méně

strukturovaném kontextu, ve kterém instrukce nemusí být zcela jasné a ve kterém student může být nucen rozhodovat o relevanci jednotlivých vědomostí a o vhodném způsobu jejich použití“ (PISA 2006, s. 72).

- Popis čtyř typů reakcí (tj. identifikace, nalezení nebo zjištění; zpracování, použití; interpretace; sdělování) má jistou podobnost s pěti kroky v cyklu matematizace tak, jak je popsán ve výzkumu PISA jako součást řešení problémů ve skutečném životě. Tyto kroky mimo jiné zahrnují: Rozpoznání matematických informací v reálné situaci a jejich odlišení od nepodstatných skutečností, řešení matematického problému přecházením mezi reprezentacemi a použitím formálních operací a technického jazyka, propojováním matematických řešení a jejich interpretací v kontextu reálných situací nebo vysvětlování výsledků.
- Související procesy, které podporují matematicky gramotné jednání zmíněné výše, se vztahují k osmi klíčovým kompetencím popsaným v rámci PISA, jako jsou přemýšlení, uvažování, modelování, formulace a řešení problémů, sdělování, reprezentace a použití symbolického a technického jazyka.

110. Ačkoliv jsou mezi rámcem numerické gramotnosti pro PIAAC a rámcem numerické gramotnosti pro PISA mnohé podobnosti, vyskytují se i rozdíly, zčásti způsobené rozdílným prostředím, ve kterém byly tyto dva rámce vytvořeny. PISA se věnuje populacím žáků, a třebaže se zajímá o jejich výsledky v reálném světě, základním předpokladem je to, že výsledky by měly být založeny na dovednostech a postojích získaných v kontextu školy. Proto jsou popisy žádoucích činností a jim příslušných kognitivních procesů žáků v daných operacích založeny na školním prostředí. Zběžné prohlédnutí publikovaných úloh PISA vskutku ukazuje, že je možné dále zkoumat rozsah, ve kterém tyto úlohy používají realistické kontexty a zadání. Některé úlohy používají formální jazyk matematiky, který odráží očekávané formální vědomosti získané ve škole, ty jsou však méně (pokud vůbec) přístupné dospělým, kteří ukončili formální školní vzdělávání před lety.

111. Lze předpokládat, že dospělí mají spíše než patnáctiletí osobní zkušenosti s každodenními situacemi, které se liší od situací žáků, a se způsoby, jak tyto situace řešit. Proto nejsou typy reakcí očekávané od dospělých, které jsou měřeny v PIAAC, ani vysvětlení pro základní související či příčinné faktory (jako například „dovednosti z oblasti čtenářské gramotnosti“) založeny na kultuře „matematického řešení problémů“. Proto hraje realismus úloh v hodnocení PIAAC poněkud odlišnou roli než v PISA. Výsledkem je, že koncept numerické gramotnosti pro PIAAC, byť ovlivněn dostupnou literaturou o školní matematice, jde zjevně nad její rámec a někdy používá jiné termíny a představy, které jsou založeny na dalších studiích.

112. Je třeba rovněž zhodnotit roli čtenářské gramotnosti (v úzkém, technickém smyslu čtení a psaní) v matematické gramotnosti PISA. Ačkoliv je v termínu „matematická gramotnost“ použit termín „gramotnost“, matematické hodnocení PISA se nezdá být přímo zaměřeno na úlohy, ve kterých jsou matematické informace začleněny do textu, nebo na dopad gramotnostních dovedností na matematické výsledky, jak je popsáno výše. Při tvorbě škály matematické gramotnosti PISA bylo vynaloženo zjevně malé úsilí o kontrolu gramotnostního obsahu úloh; proto lze najít vysokou korelaci mezi výsledky na škálách čtenářské gramotnosti a matematické gramotnosti; toto (a další faktory) pak vedlo k situaci, kdy země s vysokými výsledky na jedné škále měly obvykle (ovšem nikoli vždy) vysoké výsledky i na škále druhé. Naproti tomu se autoři škály matematické gramotnosti ALL snažili omezit nároky na čtenářství alespoň u některých úloh. To pak vedlo k tomu, že výsledky (skóre) numerické gramotnosti měly slabší korelaci s výsledky dokumentové gramotnosti v ALL v porovnání s relativně vysokou korelací mezi výsledky kvantitativní a dokumentové gramotnosti v IALS.

5.3 Další problémy srovnávání rozsáhlých projektů hodnocení

113. Porovnávat rámce hodnocení může být i v případě jediného oboru, například matematiky, velmi složité. To se ukázalo v nedávném projektu *National Center on Education*

Statistics (NCES [Národního centra pro statistiku vzdělávání]) ve Spojených státech, který měl za cíl srovnat koncepte hodnocení matematických dovedností a testových položek ve třech velkých výzkumech, jimiž jsou *National Assessment of Education Progress* [Národní hodnocení rozvoje vzdělávání], TIMSS a PISA (Neidorf, Binkley, Gattis & Nohara, 2006). Projekt zahrnoval srovnání jejich rámců napříč řadou aspektů a témat, například jaký matematický obsah a které procesuální dovednosti se měří, které hlavní obsahové oblasti a skupiny témat hodnocení postihuje, názory na použití kalkulátoru a další. Analýza shod a rozdílů mezi těmito třemi výzkumy zahrnovala i porovnání stovek úloh z hlediska matematického obsahu pokrytého výzkumem, očekávané výsledky na jednotlivých úrovních, složitost úloh (např. v jakém rozsahu vyžadují použití rutinních nebo naopak nových postupů), kognitivní procesy, na nichž jsou jednotlivé úlohy založeny, formát úloh a kontexty úloh. Tento projekt vyžadoval práci více než deseti odborníků po dobu několika dní.

114. Jednou z obecných specifikací numerické gramotnosti PIAAC je snaha o koncepční návaznost na matematickou gramotnost v PISA. Ačkoliv jsou tyto dva konstrukty příbuzné, nemělo by se na ně nahlížet jako na identické, a to z důvodů popsaných výše. Oba konstrukty mají lehce odlišné dopady jak na konstrukci měření, tak na obsah úloh. Například úlohy PISA jsou lehce odlišné od úloh PIAAC kvůli rozdílům v autenticitě úloh, kontextům, ze kterých úlohy čerpají (a roli technologie a nástrojů v těchto kontextech), a obzvláště kvůli rozdílné míře užití formálního matematického jazyka, se kterým není mnoho dospělých po ukončení školního vzdělávání běžně obeznámeno. Numerická gramotnost rovněž implikuje potřebu klást větší důraz na postojové složky kompetencí.

115. Z výše uvedeného vyplývá, že škála numerické gramotnosti PIAAC je kompatibilní a má mnoho podobností se škálou matematické gramotnosti PISA, stejně jako s numerickou gramotností v ALL a do určité míry se škálami kvantitativní gramotnosti a dokumentové gramotnosti IALS. V tomto okamžiku však nelze dopodrobna analyzovat povahu společných rysů a rozdílů bez dalších investic do podrobnější analýzy a jisté systematizace terminologie, aby se usnadnilo propojení mezi PIAAC a PISA. Význam, který lze připisovat výsledkům hodnocení PIAAC v oblasti numerické gramotnosti, a míra, v níž se numerická gramotnost PIAAC a matematická gramotnost PISA překrývají, závisí nejenom na konceptualizaci numerické gramotnosti v PIAAC, ale také nejspíše i na řadě dalších faktorů probíraných výše. Je třeba mít na paměti, že analýzu shod a rozdílů mezi matematickými škálami PIAAC a PISA nelze provést pouze na úrovni konceptů – je třeba rovněž zhodnotit charakter jednotlivých úloh. To může zahrnovat realismus úloh, množství textu v zadáních jednotlivých úloh apod. a omezení daná vlastnostmi počítačového prostředí použitého pro hodnocení PIAAC (tj. jaké otázky lze použít, jaké programy jsou k dispozici apod.).

Oddíl 6

Shrnutí a další poznámky

116. Vzhledem k narůstající potřebě dospělých stále se přizpůsobovat proměnlivým nárokům občanského a pracovního života (Evropská komise 1996, Coben, O'Donoghue & FitzSimmons, 2000) je hodnocení numerické gramotnosti klíčové pro tvorbu pevného základu, na kterém mohou státy stavět sociální zásahy a efektivní strategie celoživotních vzdělávacích příležitostí, jimiž lze zlepšovat kompetence (OECD, 2006). Z toho důvodu byla numerická gramotnost v tomto dokumentu konceptualizována jako obecný konstrukt, který má postihovat, na jaké úrovni dospělí zvládají rozmanité úlohy numerické gramotnosti začleněné do kontextů skutečného světa.

117. Tento dokument zmapoval studie a výzkumy věnované kompetencím (oddíl 1), pohledům na komplexní povahu numerické gramotnosti a příbuzných konstruktů a nárokům na numerickou gramotnost, kterým dospělí v různých situacích čelí (oddíl 2). Další části oddílu 2 pak prezentovaly definici numerické gramotnosti jako základu pro diskusi (oddíl 3) o aspektech numericky gramotného jednání ve vztahu ke *kontextům, reakcím, matematickému obsahu/informacím/představám* a k *zobrazování*, z nichž každý má několik součástí. Tento dokument rovněž zdůraznil význam hodnocení osobních postojů a návyků jako neoddelitelné součásti kompetence numerické gramotnosti, neboť ty ovlivňují výsledky v úlohách numerické gramotnosti a mohou korelovat s dalšími podstatnými proměnnými. Další oddíly se věnovaly principům hodnocení a omezením, která jsou projektu PIAAC a použitému počítačovému prostředí vlastní (oddíl 4), a dále shodám a rozdílům mezi škálou PIAAC a dalšími škálami (oddíl 5) – to vše proto, aby čtenáři chápali, jak výsledky PIAAC svědčící o numerické gramotnosti interpretovat a jak je propojit s výsledky výzkumu matematické gramotnosti (PISA) nebo kvantitativní gramotnosti (IALS).

118. Na úrovni *konceptu* je definice numerické gramotnosti v tomto rámci obecně kompatibilní s konceptualizací v ALL, nicméně několika změnami ji posouvá dál. Tyto změny sblížují koncept numerické gramotnosti prezentovaný v tomto dokumentu s konceptem „gramotnosti v informační společnosti“ použitým v PIAAC a zároveň umožňují udržet návaznost na definici matematické gramotnosti v PISA podle požadavků OECD. Dalším z důvodů pro změny v konceptualizaci numerické gramotnosti byla snaha o dlouhodobou perspektivu tak, aby konceptuální definice vyhovovala novým typům úloh a nárokům na numerickou gramotnost, jimž budou dospělí čelit v informační společnosti v budoucích cyklech PIAAC, a aby se mezi cykly hodnocení neměnila.

119. Je třeba si všimnout, že jednotlivé klíčové prvky měřené v PIAAC, tj. *čtenářská gramotnost, numerická gramotnost a řešení problémů v prostředích bohatých na technologie*, se částečně překrývají nejen na úrovni konceptu, ale také samostatně na úrovni škály a jednotlivých úloh. Například numerická gramotnost zahrnuje v jedné z četných dílčích oblastí schopnost číst a interpretovat kvantitativní informace v tabulkách a grafech, přitom je tato schopnost zahrnuta i do jedné ze součástí čtenářské gramotnosti. Existence takovýchto překryvů je rozumná a očekávaná. Mnohé úlohy skutečného světa, jako například interpretační úlohy nevyžadující práci s čísly nebo úlohy obsahující kvantitativní informace začleněné do textu, po dospělých vyžadují, aby spojili dovednosti čtenářské a numerické gramotnosti (Kirsch et al., 1993; Gal, 2002a). Podobně numerická gramotnost zahrnuje schopnost vyřešit problémy zahrnující více kroků nebo širší úlohy, které jsou součástí technologických situací, nikoli pouze krátké a jednoduché úlohy; dospělí se dále s problémy z oblasti numerické gramotnosti setkávají při řešení každodenních problémů finančních, plánovacích a jiných. Proto se úlohy zvolené pro škálu *řešení problémů* mohou týkat i témat numerické gramotnosti.

To, že se škály do určité míry překrývají, by však nemělo být důvodem pro obavy nebo pro zužování konceptuální definice numerické gramotnosti. Konstrukt numerické gramotnosti stojí sám o sobě a odráží autentickou součást světa dospělých. Dále je třeba uvážit, že „hodnocení pohání výuku“: Pokud by z konceptualizace numerické gramotnosti byly vyčleněny některé oblasti s cílem omezit překrývání a meziškálové korelace, mohlo by docházet k omezování při snaze rozvíjet požadované oblasti kompetencí ve vzdělávání či v pracovních školeních.

120. Jak již bylo zdůrazněno dříve, hodnoty měřené ve škále hodnocení numerické gramotnosti (přímé hodnocení) a s ní spojenými položkami dotazníku (týkajícími se návyků v oblasti numerické gramotnosti, postojů, názorů a podobně) jsou určeny nejen konceptuálním rámcem popisujícím matematickou gramotnost, její aspekty a podpůrné faktory jsou rovněž určeny rámcem *hodnocení*. Tento rámec popisuje, jak je obecná konceptualizace numerické gramotnosti operacionalizována a jak se projevuje v povaze a rozsahu úloh použitých pro vlastní měření, a specifikuje, jaká omezení může vyvolat způsob zpracování úloh a jejich skórování.

121. Hodnocení je složitý dynamický systém, který kombinuje konceptuální a technické prvky. Výsledky hodnocení, reliabilita, validita a užitečnost provedných zjištění či jejich interpretací jsou ovlivněny kritérii a hodnotami určenými autory hodnocení a řadou rozhodnutí, která při tvorbě úloh a metodologii učiní. Uplatnění konceptuálního rámce numerické gramotnosti v prvním cyklu výzkumu PIAAC je ovlivněno praktickými omezeními počítačového prostředí, které znemožňuje použít určité typy úloh otevřených, komunikačních a úloh založených na hodnocení. Kromě toho si potřeba obsáhnout rozsáhlou oblast v průběhu krátkého času, který je k dispozici (jak je typické pro rozsáhlá zjišťování prováděná v domácnostech), vynutila použití krátkých úloh se strojově čitelnými formáty odpovědí a tím dále omezila použití složitých úloh. Doufáme, že tato omezení se postupně zmenší spolu se zdokonalováním počítačových systémů a umožní tak větší flexibilitu jak při tvorbě úloh, tak při kladení otázek či při volbě formátů odpovědí v dalších cyklech PIAAC.

Oddíl 7

Seznam literatury

- American College Testing (1997). *Work keys: Preliminary technical handbook*. Iowa City, IA: Author.
- Australian Education Council (The Mayer Committee). (1992). *The key competencies report: Putting general education to work*. Canberra: The Australian Education Council and Ministers for Vocational Education, Employment, and Training.
- Baker, D., & Street, B. (1994). Literacy and numeracy: Concepts and definitions. In T. Husen & E. A. Postlethwaite (Eds.), *Encyclopedia of education*. New York: Pergamon Press.
- Beazley, K. (1984). Education in Western Australia: *Report of the Committee of Inquiry into Education in Western Australia*. Education Department of Western Australia.
- Benn, R. (1997). *Adults count too: mathematics for empowerment*, Leicester, UK: National Institute of Adult Continuing Education (NIACE)
- Bessot, A., & Ridgway, L. (Eds.) (2000). *Education for Mathematics in the Workplace*. New York: Springer.
- Bishop, A. (1988). *Mathematical enculturation: a cultural perspective in mathematics education*. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Co.
- Brooks, G., Heath, K., & Pollard, A. (2005). *Assessing adult literacy and numeracy: a review of assessment instruments*. London, UK: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy. [online: www.nrdc.org.uk]
- Buckingham, E. (1997). *Specific and generic numeracies of the workplace*. Melbourne: Deakin University
- Carnevale, A. P., Gainer, L. J., & Meltzer, A. S. (1990). *Workplace basics: The essential skills employers want*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Carraher, T. N., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1988). Mathematical concepts in everyday life. In G. B. Saxe & M. Gearhart (Eds.), *Children's Mathematics* (pp. 71–88). San Francisco: Jossey-Bass.
- Coates et al. (1995). *National Reporting System*. Australia: Commonwealth of Australia and the Australian National Training Authority.
- Coben, D. (2000). Numeracy, mathematics, and adult learning. In I. Gal (Ed.), *Adult numeracy development: Theory, research, practice* (pp. 33–50). Cresskill, NJ: Hampton Press.
- Coben, D., O'Donoghue, J., & FitzSimons, G. (Eds.) (2000), *Perspectives on Adults Learning Mathematics*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Coben, D., Colwell, D., Macrae, S., Boaler, J., Brown, M., & Rhodes, V. (2003). *Adult numeracy: Review of research and related literature*. London: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy (NRDC).
- Condelli, L., Safford-Ramus, K., Sherman, R., Coben, D., Gal, I., & Hector-Mason, A. (2006). *A review of the literature in adult numeracy: research and conceptual issues*. (Prepared by American Institutes for Research for the Adult Numeracy Initiative of the U.S. Department of Education, Office of Vocational and Adult Education). [Online: www.ed.gov/about/offices/list/ovae/pi/AdultEd/math.html].
- Coulombe, S., Trambly, J. F. & Marchand, S. (2004). *Literacy scores, human capital and growth across fourteen OECD countries*. Ottawa: Statistics Canada.
- Department of Education and Science/Welsh Office (The Cockcroft Report). (1982). *Mathematics counts: Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools*. London: Her Majesty's Printing Office.
- Desjardins, R., Murray, S., Clermont, Y., & Werquin, P. (2005). *Learning a living: First results of the Adult Literacy and Life Skills Survey*. Ottawa: Statistics Canada.
- Dossey, J.A. (1997). Defining and measuring quantitative literacy. In L.A. Steen (Ed.), *Why*

- numbers count: Quantitative literacy for tomorrow's America*. New York: College Entrance Examination Board.
- Ernest, P. (2004). Relevance versus utility: Some ideas on what it means to know mathematics. In Clarke, B., Clarke, D. M., Emanuelsson, G., Johansson, B., Lambdin, D. V., Lester, F. K., Wallby, A., & Wallby, K. *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*, Göteborg, The Netherlands: National Centre for Mathematics Education, Göteborg University.
- European Commission (1996). *White paper on education and training: Teaching and learning towards the learning society*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Commission.
- Expert Group on Future Skills Needs (2007). Responding to Ireland's growing skill needs: the second report of the expert group on future skills needs. Belfast: Author.[online: www.skillsireland.ie/press/reports/pdf/egfsn0003_2nd_skills_report.pdf]
- Fey, J. T. (1990). Quantity. In L. A. Steen (Ed.) *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*. Washington, DC: National Academy Press.
- Fitzsimons, G. (2005). Numeracy and Australian workplaces: Findings and implications. *Australian Senior Mathematics Journal*, 19(2), 27–42.
- Forman, S. L. & Steen, L. A. (1999). *Beyond eight grade: Functional mathematics for life and work*. University of California, Berkeley: National Center for Research in Vocational Education.
- Frankenstein, M. (1989). *Relearning mathematics: A different third 'R' – Radical maths*. London: Free Association Books.
- Gal, I. (1997). Numeracy: Imperatives of a forgotten goal. In L. A. Steen (Ed.), *Why numbers count: quantitative literacy for tomorrow's America* (pp. 36–44). New York: The College Board.
- Gal, I. (1999). Links between literacy and numeracy. In D. A. Wagner, B. Street, and R. L. Venezky (Eds.), *Literacy: an international handbook*. Boulder, Colorado: Westview Press.
- Gal, I. (2002a). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities, *International Statistical Review*, 70(1), 1–25.
- Gal, I. (2002b). Dispositional aspects of coping with interpretive numeracy tasks. *Literacy and Numeracy Studies*, 11(2), 47–61.
- Gal, I. (2007). Assessment of adult numeracy in PIAAC: A conceptual and development framework. (Unpublished manuscript prepared for OECD). Haifa, Israel: University of Haifa.
- Gal, I., van Groenestijn, M., Manly, M., Schmitt, M. J., & Tout, D. (2005). Adult numeracy and its assessment in the ALL survey: A conceptual framework and pilot results. In Murray, S. T., Clermont, Y., & Binkley, M. (Eds), *Measuring adult literacy and life skills: New frameworks for assessment* (pp. 137–191). Ottawa: Statistics Canada.
- Gatta, M., Appelbaum, E., Boushey, H. (2007). High-touch and here-to-stay: Future skills demands in low wage service occupations. (Paper commissioned for a workshop on research evidence related to future skills demands). Washington, DC: National Academies Center for Education. [online: www7.nationalacademies.org/CFE/Future_Skill_Demands]
- Gillespie, J. (July 2004). The “Skills for Life” national survey of adult numeracy in England. What does it tell us? What further questions does it prompt? Paper presented at ICME-10, the 10th International Congress on Mathematics Education (Copenhagen, Denmark).
- Gillespie, J. (2007). National surveys of adult numeracy: Contributions from computer-based task settings and modes of response. (Discussion paper following the Skills For Life National Survey in England). Unpublished manuscript. Author.
- Ginsburg, L., Manly, M., & Schmitt, M. J. (December 2006). *The components of numeracy*. (NCSALL Occasional Paper). Harvard Graduate School of Education, Cambridge, MA: National Center for the Study of Adult Learning and Literacy. [online: www.ncsall.net]

- Greeno, J. G. (2003). Situative research relevant to standards for school mathematics. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.). *A research companion to Principles and Standards for school mathematics* (pp. 304–332). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hagedorn, L., Newlands, J., Blayney, I., & Bowles, A. (2003). *Frameworks for adult numeracy education: A survey and discussion*. Ontario, Canada: National Literacy Secretariat. [online: <http://www.nald.ca/fulltext/framework/framework.pdf>]
- Heuvel-Panhuizen, M. van den, and Gravemeijer, K. P. E. (1991). Tests are not all that bad: An attempt to change the appearance of written tests in mathematics instruction at the primary school level. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school*. The Netherlands: Utrecht.
- Hoyles, C., Wolf, A., Molyneux-Hodson, S., & Kent, P. (2002). *Mathematical skills in the workplace. Final report to the Science, Technology and Mathematics Council*. Institute of Education, University of London. [www.basic-skills.co.uk/site/page.php?p=735]
- Johnston, B. (1994, Summer). Critical numeracy? *Fine print*, Vol.16 (4), 7–12.
- Johnston, B., & MacGuire, T. (2005). *Adult numeracy: policy and practice in global contexts of lifelong learning*. Melbourne: Adult Literacy and Numeracy Australian Research Consortium. [online: www.staff.vu.edu.au/alnarc/revamp/publications]
- Jones, S. (1995). The distribution of literacy. In *Literacy, economy and society*. Ottawa: Statistics Canada.
- Jones, S. (2006). *Designing Numeracy in PIAAC*. (Background paper prepared for the OECD-Canada Expert Technical Workshop on Numeracy, Ottawa, November 10, 2006). Ottawa, Canada.
- Karoly, L. A. (Feb. 2007). *Forces shaping the future U.S. workforce and workplace: implications for 21st century work*. (Testimony presented before the House Education and Labor Committee). Report CT-273. Arlington, VA: Rand Corporation [online: www.rand.org/pdfrd/pubs/testimonies/ct273/]
- Kilpatrick, J. (2001). Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics* 47(1), 101–116.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B. (Eds.)(2001). Mathematics Learning Study Committee, National Research Council: Conclusions and recommendations. In *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (pp. 407–432). Washington, DC: National Academies Press.
- Kindler, Jan, et al. (1996). *Certificates in General Education for Adults*. Victoria, Melbourne: Adult, Community and Further Education Board.
- Kirsch, I. S., Jungblut, A., & Mosenthal, P. B (1998). The measurement of adult Literacy. In S. T. Murray, I. S. Kirsch, & L. B. Jenkins (Eds.), *Adult literacy in OECD countries: Technical report on the first International Adult Literacy Survey* (pp. 105–134). Washington, DC: National Center for Education Statistics, U.S. Department of Education.
- Lave, J. (1998). *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Lester F. K. (Ed.)(2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning (A project of the National Council of Teachers of Mathematics)*. NY: Information Age Publishers.
- Lindenskov, L. & Wedege, T. (2001). *Numeracy as an Analytical Tool in Mathematics Education and Research*. Roskilde, Denmark: Centre for Research in Learning Mathematics. [online: http://www.statvoks.no/emma/index_numeracy_tine.htm]
- Maguire, T., & O'Donoghue, J. (2003). Numeracy concept sophistication - an organizing framework, a useful thinking tool. In J. Maass & W. Schlöglmann (Eds.), *Learning mathematics to live and work in our world. ALM-10. Proceedings of the 10th international conference on Adults Learning Mathematics, Strobl, Austria* (pp. 154–161). Linz, Austria: ALM and Johannes Kepler Universität Linz.
- Marr, B., & Hagston, J. (2007). *Thinking beyond numbers: Learning numeracy for the future workplace*. Adelaide, South Australia: National Centre for Vocational Education Research (NCVER). [online: www.ncver.edu.au/publications/1795.html]

- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575–596). New York: Macmillan.
- Moore, D. S., & Cobb, G. W. (2000). Statistics and mathematics: Tension and cooperation. *American Mathematical Monthly*, 107(7), 615–630.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Beaton, A. E., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L., & Smith, T. A. (1998). *Mathematics and science achievement in the final year of secondary school: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*. Boston: Center for the Study of Testing, Evaluation, and Educational Policy.
- Murat, F. (October 2005). *Les compétences des adultes à l'écrit, en calcul et en compréhension orale*. Report #1044). Paris: INSEE. [online: <http://www.insee.fr>]
- Murnane, R., Willett, J., and Levy, F. (1995, March). *The growing importance of cognitive skills in wage determination* (Working Paper No. 50–76). Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.
- Murray, T. S. (2006). *Reflections on the rationale for, and measurement of, numeracy in PIAAC*. (Background paper prepared for the OECD-Canada Expert Technical Workshop on Numeracy, Ottawa, November 10, 2006). Ottawa: Statistics Canada.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Research Council (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington, DC: National Academy Press.
- Neidorf, T. S., Binkley, M., Gattis, K., & Nohara, D. (2006). *Comparing Mathematics Content in the National Assessment of Educational Progress (NAEP), Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), and Program for International Student Assessment (PISA) 2003 Assessments*. Technical Report. NCES 2006-029. Washington, D.C. National Center for Education Statistics. [online: <http://nces.ed.gov/pubsearch>].
- NRCD (2006). *Programme for the International Assessment of Adult Competencies: An adult numeracy assessment instrument for the UK*. (Background paper prepared for the OECD-Canada Expert Technical Workshop on Numeracy, November 10, 2006, Ottawa). London: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy.
- Nunes, T. (1992). Ethnomathematics and everyday cognition. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557–574). New York: Macmillan.
- Oates, T. (1992). Developing and piloting the NCVQ core skill units: An outline of method and a summary of findings (Report 16). London: National Council on Vocational Qualifications (NCVQ).
- OECD (2002). Definition and selection of competencies: conceptual and theoretical foundations strategy paper. (Report DEELSA/ED/CERI/CD(2002)9). Paris: Author.
- OECD (Nov. 2006). Planning for the direct assessment of literacy competencies in the information age for PIAAC. (Report EDU/EC/CERI(2006)25). Paris, Author.
- Paulos, J. A. (1995). *A mathematician reads the newspaper*. New York: Anchor Books/Doubleday.
- PISA (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical Literacy: A framework for PISA 2006*. Paris: Author. [www.pisa.oecd.org]
- Presmeg, N. G. (2007). The role of culture in teaching and learning mathematics. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. NY: Information Age Publishers.
- Queensland Department of Education (1994). Unpublished manuscript. Australia.
- Resnick, L. B. (1987). Learning in school and out. *Educational Researcher*, 16, 13–20.
- Robitaille, D. F., and Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 687–709). New York: Macmillan.

- Rogoff, B., & Lave, J. (Eds.)(1984). *Everyday cognition: Its development in social context*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Rutherford, F. J. & Ahlgren, A. (1990). *Science for all Americans*. New York: Oxford University Press.
- Rychen, D. S., & Salganic, L. H. (Eds) (2003). Key competencies for a successful life and a well- functioning society. Gottingen, Germany: Hogrefe & Huber.
- Saxe, G. B. (1992). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Saxe, G. B., Dawson, V., Fall, R., & Howard, S. (1996). Culture and children's mathematical thinking. In Sternberg, R, and Ben-Zeev, T. (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 119–144). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schliemann, A. D., and Acioly, N. M. (1989). Mathematical knowledge developed at work: The contribution of practice versus the contribution of schooling. *Cognition and Instruction*, 6, 185–221.
- Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills (1991). *What work requires of schools: A SCANS Report for America 2000*. Washington, DC: U.S. Dept. of Labor.
- Senechal, M. (1990). Shape. In L.A. Steen (Ed.) *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*. Washington, DC: National Academy Press.
- Service Skills Australia (2005). *Profiles of Communication and Maths (Literacy and Numeracy) skills for industries and employees covered by the Service Skills Council*. Canberra, Author.
- Statistics Canada and Organisation for Economic Cooperation and Development (1996). *Literacy, economy, and society: First results from the International Adult Literacy Survey*. Ottawa: Author.
- Statistics Canada and Organisation for Economic Cooperation and Development (1997). *Literacy skills for the knowledge society: Further results from the International Adult Literacy Survey*. Ottawa: Author.
- Steen, L. A. (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Washington, DC: Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.
- Steen, L. A. (Ed)(1990). *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*. Washington, D.C.: National Research Council.
- Steen, L. A. (Ed)(1997). *Why numbers count: quantitative literacy for tomorrow's America*. New York: The College Board.
- Stein, S. G. (1995). *Equipped for the future: A customer-driven vision for adult literacy and lifelong learning*. Washington, D.C.: National Institute for Literacy.
- Straesser, R. (July 2003). Mathematics at work: Adults and artefacts. In J. Maasz & W. Schloeglmann (eds), *Learning mathematics to live and work in our world: Proceedings of the 10th international conference on adults learning mathematics* (pp. 30–37). Linz, Austria: Johannes Kepler Universitat Linz.
- Tobias, S. (1993). *Overcoming math anxiety*. New York: Norton.
- Tout, D. (2006). *Review of Numeracy component of PIAAC*. (Background paper prepared for the OECD-Canada Expert Technical Workshop on Numeracy, Ottawa, November 10, 2006). Melbourne, Australia: Centre for Adult Education.
- UNESCO (1997). *International standard classification of education: ISCED*. Paris: Author.
- Utts, J. (2003). What educated citizens should know about statistics and probability. *The American Statistician*, 57(2), 74–79.
- Watson, J. M., & Callingham, R. (2003). Statistical literacy: A complex hierarchical construct. *Statistics Education Research Journal*, 2(2), 3–46.
- Wedeg, T. (July 2003). Sociomathematics: Researching adults' mathematics at work. In J. Maasz & W. Schloeglmann (eds), *Learning mathematics to live and work in our world: Proceedings of the 10th international conference on adults learning mathematics* (pp. 38–48). Linz, Austria: Johannes Kepler Universitat Linz.

- Williams, J. & Wake, G. (2007). Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 317–343.
- Willis, S. (1990). *Being numerate: What counts?* Victoria: Australian Council for Educational Research (ACER).
- Willms, J. D. (2006). Policy imperatives for the international measurement of literacy *and numeracy competencies in working-age populations*. (Background paper prepared for the OECD-Canada Expert Technical Workshop on Numeracy, Ottawa, November 10, 2006). Canada: University of New Brunswick.

PŘÍLOHA 1:

FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ SLOŽITOST TESTOVÝCH POLOŽEK V ÚLOHÁCH NUMERICKÉ GRAMOTNOSTI

122. Tato příloha popisuje faktory vysvětlující obtížnost různých úloh pro hodnocení numerické gramotnosti. Jejich soustava byla zpracována pro výzkum *Adult Literacy and Lifeskills* ([Gramotnost dospělých a dovednosti pro život], dále ALL) a podílel se na ní tým ALL pro numerickou gramotnost. Následující text je (se svolením) převzat z *ALL Technical Report* (viz Gal at al., 2005). Tato soustava je považována za užitečnou pro pochopení tvorby testových položek: může napomoci tomu, aby vytvářené úlohy pokrývaly celý rozsah úrovní obtížnosti. Výsledky pilotní studie ALL ukázaly, že předpokládaná obtížnost položek užitých v soustavě popsané níže vysoce koreluje s obtížností zjištěnou v pilotní studii ($r = 0,79$). Pro rekurzivní charakter testování této soustavy (ti, kdo vytvořili soustavu, také hodnotili složitost úloh) by měla být na místě opatrnost při další interpretaci současné verze. Další ověřování bude sice potřebné, soustava se však i ve své nynější podobě jeví jako možný užitečný nástroj pro interpretaci výsledků testování.

1. Dosavadní výzkum složitosti úloh

123. V IALS byly jako základní složky obtížnosti úloh (pokud jde o čtenářskou gramotnost nebo o úlohy založené na textu) shledány tři prvky: věrohodnost distraktorů, skrytost informace a požadovaný typ informace. Obtížnost úloh kvantitativní gramotnosti je zřejmě dána i dalšími faktory, jimiž jsou:

1. konkrétní aritmetická operace požadovaná ke splnění úlohy
2. počet operací potřebných k provedení úlohy
3. míra, v níž jsou čísla skryta v textu zadání
4. míra, v níž je třeba vydedukovat, která operace se má provést, (tj. srozumitelnost problému; viz níže).

124. Faktory obtížnosti v kvantitativní gramotnosti v IALS v zásadě odpovídají těm, které se používají v rozsáhlých hodnoceních matematických dovedností (děti), kde jsou to často tři nebo čtyři následující:

1. *Matematické koncepty zahrnuté do úloh*: číselná soustava a porozumění číslům, prostorové a geometrické problémy, funkce a algebra, pravděpodobnost a statistické problémy atd. Matematické koncepty vyučované v nižších ročnících jsou považovány za snazší.

2. *Složitost operací*: sčítání, odčítání, násobení a dělení, dále práce s celými čísly, desetinnými čísly a procenty. Operace (úkony), které jsou vyučovány na nižších stupních, jsou považovány za snazší.

3. *Počet operací*: jednokrokové problémy jsou považovány za snazší než vícekrokové.

4. *Srozumitelnost problému*: Tento faktor je někdy významný; týká se rozsahu, v němž zadání obsahuje jednoznačně identifikovatelná čísla či entity, a toho, do jaké míry je zřejmé, které operace či činnosti se mají provést. Pokud toto není jasné či srozumitelné, musí respondent potřebné informace vyhledávat pomocí analýzy a dedukce, což činí úlohu složitější.

125. I v dalších projektech hodnocení dospělých se lze inspirovat v tom, jak složitost odstupňovat. Projekty *Essentials Skills Research Project* a *Applied Numeracy sub-test of the Work Keys test battery* (American College Testing, 1997) používají pro popis úrovní numerické gramotnosti dvoufaktorový model složitosti. První faktor, „požadované operace“, je zdánlivě jasný a vztahuje se k obtížnosti těchto operací. Je to však komplikováno úrovní obtížnosti čísel, s nimiž se mají operace provádět: výpočty se zlomky a desetinnými čísly jsou obvykle pracnější než výpočty s celými čísly.

126. Model použitý v projektu *The Essential Skills* pojmenovává dvě části tohoto faktoru: *operace* a *překlad* informace do jazyka matematické operace (někdy nazývaný 'srozumitelnost problému').

Operace:

1. Jsou požadovány pouze nejjednodušší operace a operace, které se mají použít, jsou jasně specifikovány. V úloze je užít pouze jeden typ matematické operace.
2. Jsou požadovány pouze relativně jednoduché operace. Zvláštní operace, které se mají provést, nemusí však být jasně specifikovány. Úlohy obsahují jednu nebo více matematických operací. K výpočtu je potřeba několik málo kroků.
3. Úloha může vyžadovat kombinaci operací nebo několikrát použití jednoduché operace. K výpočtu je zapotřebí více kroků. (Náročnější operace mohou vyžadovat násobení nebo dělení.)
4. Úlohy zahrnují násobné kroky výpočtu.
5. Úlohy zahrnují násobné kroky výpočtu. Mohou být požadovány náročnější matematické postupy (např. výpočty procent, poměrů, podílů).

Překlad (srozumitelnost problému):

1. Je nutný pouze minimální „překlad“ do matematického jazyka. Všechny potřebné informace jsou poskytnuty.
2. K vyřešení problému je nezbytná jistá míra „překlada“ nebo je nutné čísla potřebná pro řešení získat z několika zdrojů. Lze užít jednoduché vzorce.
3. Jistý „překlad“ je nutný, ale problém je dobře definován.
4. Je zapotřebí značné míry „překlada“.
5. Může být zapotřebí čísla nutná pro výpočty odvozovat nebo odhadovat; v případě nejistoty nebo nejednoznačnosti může být nutné vytvořit aproximace. Lze použít složité vzorce, rovnice či funkce.

127. Dvě úvahy nás přivedly k otázce vhodnosti užití matematicky orientovaných metod (ať z výzkumu *Essentials Skills*, nebo odjinud) jako jediného zdroje pro formulaci přehledu složitosti položek pro hodnocení schopnosti *dospělých* zvládat úlohy z oblasti numerické gramotnosti, které mají původ v reálném světě. Za prvé, účinné zvládnání mnoha reálných kvantitativních problémů závisí na lidské schopnosti porozumět smyslu různých typů textů a reagovat na ně, což lze stěží rozlišit pomocí modelu *Essentials Skills*. Je tedy zásadní přidat další faktory obtížnosti, které vyjádří přirozené vazby mezi čtenářskou a numerickou gramotností, což jsou faktory používané v IALS.

128. Další, i když užší úhel pohledu je, že řazení složitosti úloh podle typu prováděné operace nemusí být u dospělých tak jasné, jak tomu je obvykle u dětí. Taková posloupnost je založena na tradičních učebních osnovách, kde se složitější témata vyučují ve vyšších ročnících. Je však známo, že dospělí umějí užívat řadu vynalézavých strategií častěji a účinněji, než to dovedou děti. Problémy násobení nebo dělení, které mohou být pro některé mladé lidi relativně obtížné, mohou být vyřešeny zdánlivě jednoduchými postupy, jako je opakované přičítání nebo odčítání; komplexní čísla mohou být pro snadnější pochopení rozložena atd. Dále obeznámenost dospělých s běžnými denními činnostmi, jako jsou operace s peněžními jednotkami, zvyšuje jejich výkon při operacích zdánlivě náročnějších. Např. různá označování hodnoty zlomků a procent, jako je $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 50 % nebo 25 % , jsou mnoha dospělým blízká, což znamená, že je zvládají snadněji, než se očekává, a tak se poruší posloupnost obtížnosti založená na školních osnovách. Aby se tato zdánlivá nejednoznačnost v pořadí úrovní obtížnosti uváděných v různých schématech řádně zohlednila, musí být použita *celková úroveň obtížnosti*.

2. Faktory složitosti v průzkumu ALL

129. Výše uvedený seznam literatury naznačuje, že systém faktorů ovlivňujících složitost úloh numerické gramotnosti by se neměl zaměřovat jen na faktory spjaté s číselnou a textovou stránkou úloh, ale měl by se zaměřovat i na další problémy. Na jedné straně by měl sledovat množství a typ operací, a na druhé straně *typ matematických (nebo statistických) informací, které se mají zpracovat* a které mohou obsahovat nejen výlučně čísla, ale i další typy matematických informací. Přitom by žádoucí systém faktorů složitosti měl brát v úvahu široký rozsah definice numerické gramotnosti, tedy reflektovat variabilitu kontextů, rozsah matematických představ či matematického obsahu, typy možných reakcí a typy reprezentací, s nimiž se dospělý v životě setkává.

Tabulka 2: Faktory ovlivňující složitost úloh – Přehled

| Aspekty | Kategorie | Rozsah |
|----------------------------|---|---|
| Textové aspekty | 1. Typ přiřazení/Srozumitelnost | Od explicitnosti sdělení po jeho skrytost |
| | 2. Věrohodnost distraktorů | Od žádných distraktorů po několik |
| Matematické aspekty | 3. Složitost matematické informace či dat | Od konkrétních/jednoduchých po abstraktní/složitě |
| | 4. Typ operace/dovednosti | Od jednoduché po složitou |
| | 5. Očekávané množství operací | Od jedné po mnoho |

130. Na základě uvedených úvah bylo určeno pět klíčových faktorů, které jsou schopné ovlivňovat – odděleně i v součinnosti – úroveň obtížnosti úloh numerické gramotnosti použitých v ALL. Těchto pět „složitostních faktorů“ je uvedeno v tabulce 2 a jsou rozděleny do dvou skupin: textové aspekty úloh postihují dva faktory, aspekty matematické tři faktory. Kvůli lepší srozumitelnosti je těchto pět aspektů uvedeno odděleně, ale ve skutečnosti nejsou jeden na druhém nezávislé a spolupůsobí souhrnně. Každý z faktorů je detailně zkoumán níže, pak následuje další subkapitola, která popisuje výpočet úrovně celkové složitosti pro každou testovou položku, přičemž se bere v úvahu všech pět faktorů.

2.1 Typ přiřazení/Srozumitelnost problému

131. Jde o kombinaci faktoru „srozumitelnost problému“ uvedeného výše a faktoru, který byl v IALS nazván „typ přiřazení“. Srozumitelnost problému závisí na tom, jak dobře jsou matematické informace a úkoly specifikovány, a zahrnuje takové aspekty, jako jak zjevně je postup vytyčen, jak výslovně jsou hodnoty uvedeny atd. Typ přiřazení odkazuje k procesu, který musí respondent použít, aby činnost požadovanou v otázce vztáhl k informaci ze zadání úlohy nebo z textu, což může variovat od jednoduché činnosti vyhledávání nebo porovnávání až ke složitým činnostem, které od respondenta vyžadují, aby poskytnuté informace prohledával opakovaně. Toto měřítko složitosti úloh numerické gramotnosti zahrnuje stupeň, v němž je matematická informace skryta v textu.

132. Ve snadných úlohách jsou typ informace (např. numerické hodnoty) a požadované operace očividné a jasné ze způsobu zadání. V obtížnějších úlohách musí být hodnoty vyhledávány nebo vyvozovány z jiných hodnot; úkony, které jsou k tomu potřebné, by měl řešitel zjistit, a to v závislosti na svém výkladu souvislostí a na druhu očekávané reakce. Výchozí situace v zadání úloh numerické gramotnosti může v různé míře obsahovat text a tento text může mít různý stupeň důležitosti. Může být prezentováno i zadání s minimálním nebo žádným textem. Některá zadání mohou obsahovat čistě kvantitativní informace, které mají být pochopeny nebo zpracovány téměř bez jakéhokoli textu či jazykové vstupní instrukce. Jinými slovy, řešitel si vyvozuje všechny podklady potřebné pro odpověď z prvků, které jsou v zadání, nebo z přímého číselného zobrazení.

133. Na vyšší úrovni obtížnosti mohou být vedle matematických informací přítomny i textové či verbální informace. Text může poskytnout informaci o pozadí problému anebo nějaké pokyny. Např. jízdní řád autobusu, kuchařský recept i typická školní slovní úloha – všechny obsahují nějaký text a nějaká čísla. Vedle toho ale jsou další případy, které jsou převážně textové nebo neobsahují žádná čísla ani matematické symboly, pouze text. Úloha může obsahovat matematické nebo statistické informace, kterým řešitel musí porozumět a v některých případech s nimi pracovat, ale bude to mnohem méně zřetelné. Informace mohou být důkladně skryty v hutném textu nebo úloha může vyžadovat užití informací z dalších zdrojů jak v rámci textu/úlohy, tak mimo něj.

134. Tento faktor požaduje, aby úloha byla analyzována na základě otázek: *Jak obtížné je rozpoznat a zvolit správnou akci? a Kolik dovedností čtenářské gramotnosti je zapotřebí?*

2.2 Věrohodnost distraktorů

135. Tato proměnná se vztahuje ke čtenářské gramotnosti, byť může zapojovat matematické komponenty. Obecně je řešení úloh čtenářské gramotnosti nejsnazší, když v textu nejsou žádné věrohodné distraktory, to znamená, že v textu není žádná další informace „navíc“, která by nesloužila některému z požadavků úlohy. Při vysokém stupni obtížnosti mohou být v úlohách irelevantní informace, a to jak v otázce, tak v textu zadání. Pokud jde o matematickou informaci, nízká úroveň věrohodnosti distraktorů by mohla znamenat, že není uvedena žádná další matematická informace kromě informace požadované, proto je potřebná čísla a data snadné rozpoznat. Na vyšší úrovni obtížnosti mohou být distraktorem buď některé další matematické informace v úkolu (nebo v textu zadání), nebo je distraktorem skutečnost, že se dané či požadované matematické informace mohou objevit na více než jednom místě. Vysoká úroveň složitosti může také znamenat, že k řešení může být nutná informace zvenku (např. znalost vzorečku).

136. Tento faktor vyžaduje, aby úloha byla analyzována na základě otázek: *Kolik dalších matematických informací je v zadání? a Jsou k dispozici všechny potřebné informace?*

2.3 Složitost matematické informace

137. Některá zadání dávají řešiteli jednoduchou matematickou informaci, jako jsou konkrétní počitatelné prvky, jednoduchá celá čísla nebo jednoduché tvary či grafy. Na nižších úrovních dovedností bude informace známější, naproti tomu na úrovních vyšších bude méně známá. Zadání bude těžší zvládnout, bude-li obsahovat více abstraktních nebo složitějších informací, jako jsou velmi velká nebo velmi malá čísla, méně známá desetinná čísla nebo procenta, poměry, nebo hutnou vizuální informaci, jako je diagram nebo složitá tabulka.

138. Tento faktor vyžaduje, aby úloha byla analyzována na základě otázky: *Jak složitá je matematická informace, která má být zpracována nebo zvládnuta?*

2.4 Typ operace/dovednost

139. Některá zadání vyžadují jednoduché operace jako sčítání nebo odčítání, jednoduché měření (např. zjistit délku police) nebo rozpoznání tvaru. Takové operace je snadnější matematicky analyzovat než zadání, která vyžadují násobení nebo dělení, a než zadání, která vyžadují užití exponentů. Přestože má obtížnost volby operace předpokládané v zadání (ať sčítání, násobení apod.) zpravidla přímý vliv na složitost úlohy, mohou nastat výjimečné případy, kdy se nabízejí očividné alternativní postupy. Některé úlohy kombinují jak interpretační, tak generativní dovednosti a k jejich řešení může být nezbytné hlubší pojmové porozumění, nikoli pouhé uplatnění postupu. Další složitější úlohy mohou vyžadovat vysvětlení vlastní úvahy. Např. interpretace informací z grafů bude složitější, pokud se bude vyžadovat porovnávání, odhadování, nebo „přečtení“ toho, co je „za“ poskytnutou informací.

140. Tento faktor vyžaduje, aby byla úloha analyzována na základě otázky: *Jak složitá je požadovaná matematická akce?*

2.5 Očekávané množství operací

141. Úlohy vyžadující činnost na základě dané matematické informace mohou vyvolat jednu aplikaci (krok) operace nebo jednu činnost (např. čtení informace z tabulky nebo měření). Složitější úlohy budou vyžadovat více než jednu operaci; ty mohou být stejné nebo podobné jedna druhé, jako např. kroky obsahující násobné průchody daty nebo textem. Ještě složitější úlohy budou obsahovat spojení (integraci) několika rozdílných operací.

142. Tento faktor vyžaduje, aby byla úloha analyzována v souladu s otázkou: *Kolik kroků (úkonů) a typů úkonů je požadováno?*

3. Celková úroveň složitosti

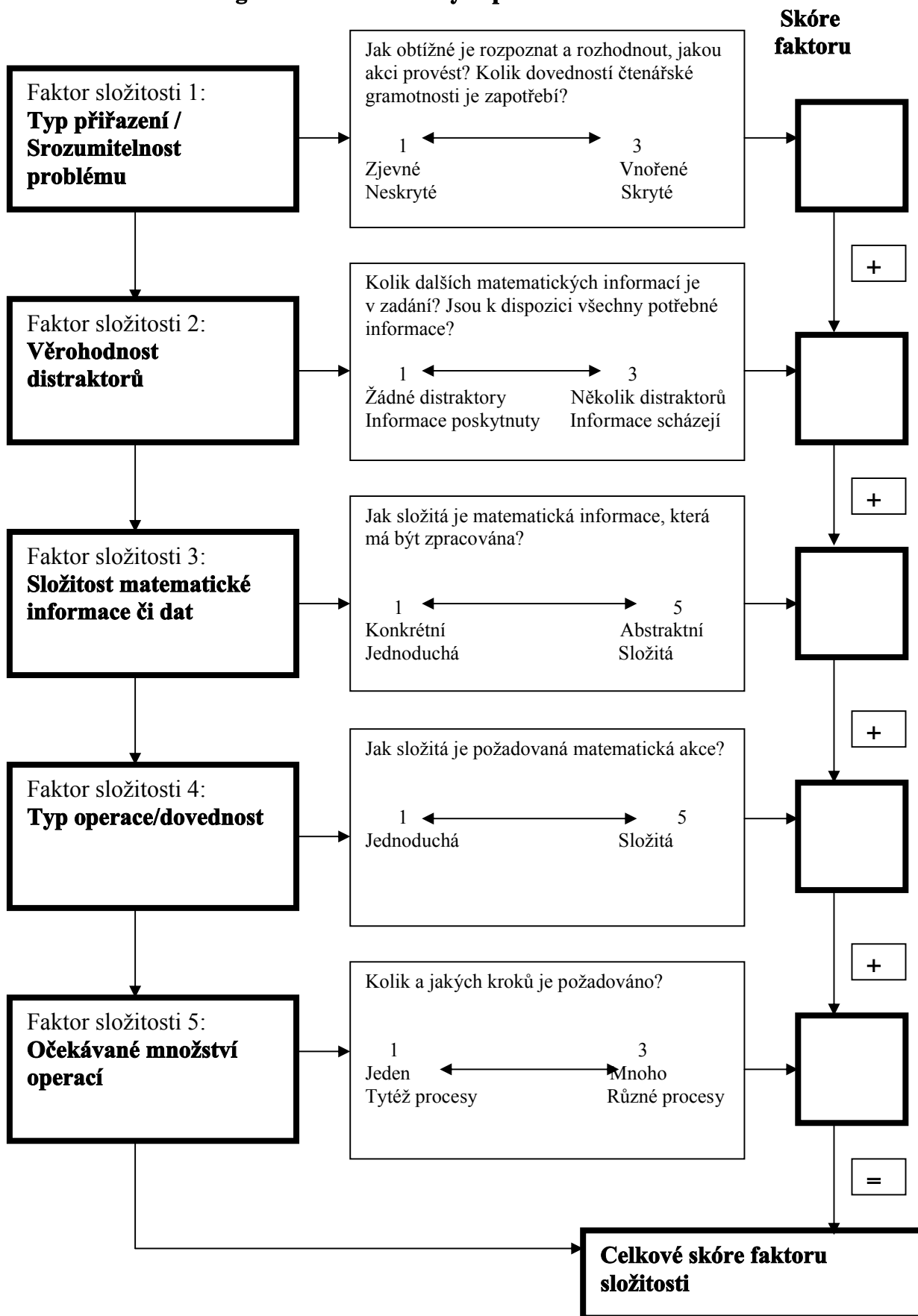
143. Celkovou úroveň složitosti určité testové položky lze hodnotit nejdříve jejím posouzením podle každého z pěti faktorů složitosti v souladu s úrovněmi popsanými v příloze 2, a poté sečíst skóre pro každý z faktorů. Následující obrázek 1A vysvětluje postup. Příloha 2 podrobně popisuje každou úroveň pěti faktorů. Celkový součet skóre se může pohybovat od 5 (nejsnazší) do 19 (neobtížnější).

144. Proces hodnocení popsaný na obr. 1A ukazuje, že každý faktor přispívá k celkové obtížnosti či složitosti testových položek samostatně. Nicméně lze předpokládat, že současně s tím, jak se úlohy stávají složitější, může skutečný výkon při řešení jednotlivých položek zvýšenou měrou záviset nejen na každém faktoru samotném, ale také na jejich souhře a na interakci mezi nimi. Proto proces výpočtu popsaný na obr. 1A může poskytnout pouze přibližné informace o předpokládané úrovni obtížnosti položky.

145. Dále, obtížnost úlohy nelze v některých případech predikovat, aniž by do úvahy byly zahrnuty charakteristiky osoby, která s úlohou pracuje. Táž úloha může být těžší pro jedny a méně obtížná pro druhé v závislosti na faktorech, jako je jejich obeznámenost s kontextem zadání, jejich znalost formálního matematického jazyka, jejich zázemí co do všeobecného vzdělání a světového přehledu, stejně tak jejich všeobecná gramotnost, dovednost řešit problémy a schopnost vyvozovat závěry. Lze např. předpokládat, že úloha, která se zabývá složením hnojiva, bude těžší pro městského člověka než pro farmáře, zatímco úloha s jízdním řádem autobusu bude těžší pro rolníka. Z těchto důvodů je predikce obtížnosti úlohy bez podrobné znalosti samotného respondenta pouhým odhadem.

146. Navzdory těmto omezením je soustava faktorů obtížnosti zpracovaná pro hodnocení numerické gramotnosti v ALL teoretickým přínosem. Dodává pojmovou základnu pro predikci různých úrovní složitosti širokého rozmezí položek, a to daleko nad rámec těch, které zahrnují pouze matematické operace. Tato soustava skutečně vysoce korelovala se zjištěnou obtížností ($r = 0,79$). Pro rekurzivní charakter testování této soustavy (ti, kdo vytvořili soustavu, také hodnotili složitost testových položek) by měla být na místě opatrnost v další interpretaci současné verze. Další ověřování bude sice potřebné, soustava se však i ve své nynější podobě jeví jako možný užitečný nástroj pro interpretaci výsledků testování.

Obrázek 1A. Diagram složitosti testových položek



Příloha 2 Skórování jednotlivých faktorů složitosti

| Faktor složitosti 1. Typ přiřazení/Srozumitelnost problému Jak obtížné je rozpoznat a rozhodnout, jakou akci provést? Kolik dovedností čtenářské gramotnosti je zapotřebí? | | |
|--|--|--|
| Skór 1 | Skór 2 | Skór 3 |
| <p>Informace, činnosti nebo úkony požadované v zadání a v otázce:</p> <ul style="list-style-type: none"> - vše je jasné a explicitní, všechny nutné informace jsou k dispozici - všechno je specifikováno bez textu nebo s minimálním popisem s použitím běžně známých prvků a/nebo fotografií či jiných jasných jednoduchých vizualizací - očividné informace a vztahy je pouze třeba najít - otázka je uzavřená, nikoli otevřená | <p>Informace, činnosti nebo úkony požadované v zadání a v otázce:</p> <ul style="list-style-type: none"> - jsou zadány v jasných jednoduchých větách a/nebo vizualizacích, kde překlad či interpretace jsou v jisté míře nutné. - jsou součástí několika zdrojů v textu/činnosti - takřka uzavřená otázka | <p>Informace, činnosti úkony požadované v zadání a v otázce:</p> <ul style="list-style-type: none"> - jsou zahrnuty v textu, přičemž vyžadují značný překlad či interpretaci a/nebo - je třeba je vyvodit či odhadnout z řady zdrojů uvnitř nebo vně textu/činnosti a/nebo - požadovaná informace nebo činnost není explicitní či konkretizovaná - úloha je složitější, s otevřeným koncem |

| Faktor složitosti 2. Věrohodnost distraktorů Kolik dalších matematických informací je v zadání? Jsou k dispozici všechny potřebné informace? | | |
|---|--|--|
| Skór 1 | Skór 2 | Skór 3 |
| <p>- žádné další matematické informace vyjma těch, které jsou potřebné, nejsou přítomné – žádné distraktory</p> | <p>- některá z matematických informací v úloze může být matoucí a působit jako distraktor</p> <p>- zadaná nebo požadovaná matematická informace se může objevit na více místech</p> <p>- k problému může být nutné dodat jednoduchou informaci nebo znalost zvnějšku</p> | <p>- objeví se irelevantní matematická informace</p> <p>- zadaná nebo požadovaná matematická informace se objeví na více místech</p> <p>- potřebná informace či znalost schází, proto musí být zaneseny zvnějšku</p> |

| Faktor složitosti 5. Očekávané množství operací Kolik a jakých kroků je požadováno? | | |
|---|---|--|
| Skóre 1 | Skóre 2 | Skóre 3 |
| <p>Jedna operace, akce či postup</p> | <p>Použití dvou nebo tří kroků, stejná nebo podobná operace, akce nebo postup</p> | <p>Spojení několika kroků zahrnujících víc než jednu rozdílnou operaci, akci nebo postup</p> |

Faktor složitosti 3. Složitost matematické informace či dat/odpověď vyžadována
 Jak složitá je matematická informace, která má být zpracována?

| Skóre 1 | Skóre 2 | Skóre 3 | Skóre 4 | Skór 5 |
|--|---|--|---|---|
| Kontext Založeno na velmi konkrétních a každodenních běžných činnostech reálného života. | Založeno na obecných činnostech reálného života. | Založeno na méně častých činnostech reálného života | Založeno činnostech reálného života, ale většinou lidí cizích | Založeno na abstraktních konceptech nebo neznámých činnostech ve zcela novém kontextu |
| Množství Celá čísla do 1000 <u>Zlomky, desetinná čísla, procenta</u> - zlomky ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$) - z desetinných čísel pouze polovina (0,5) a ekvivalent v procentech (50 %) | - velká celá čísla včetně milionů - další zlomky jako $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{10}$ - běžná desetinná čísla jako 0,1; 0,25 do 2 desetinných míst - běžná celočíselná procenta jako 25 % a 10 %. | - velká celá čísla včetně miliard - ostatní zlomky - desetinná čísla na tři místa (ne peníze) - všechna celočíselná procenta | - záporná celá čísla - všechny zbývající zlomky, desetinná čísla a procenta | - všechna zbývající čísla racionální (a některá iracionální) včetně vektorů |
| Zákonitost a vztah - velice jednoduché vztahy a zákonitosti celých čísel | - jednoduché poměry a podíly celých čísel - vztahy a zákonitosti celých čísel | - poměry a podíly - vztahy a zákonitosti zahrnující zápisy běžných zevšeobecnění | - složité poměry, podíly, vztahy a zákonitosti - jednoduché rovnice | - formální matematické informace jako složitější rovnice, znalosti vztahů mezi mírami nebo proměnnými atd |
| Míry - standardní měnové hodnoty - běžné denně užívané délkové míry (celé jednotky) - čas (datum, hodiny, minuty) - jednoduché běžné rovinné útvary - jednoduché mapy nebo plány (bez měřítka) | - jednoduché standardní denně užívané míry pro délku, váhu, objem, včetně běžných zlomků a desetinných jednotek - běžné prostorové útvary a jejich zobrazení pomocí grafů nebo fotografií - běžné typy map nebo plánů s optickým ukazatelem měřítka | - další každodenně užívané míry (včetně plošného obsahu), včetně zlomků a desetinných hodnot - složitější rovinné a prostorové modely nebo kombinace geometrických útvarů - vzorce pro výpočet plochy a prostoru (duté) - běžné typy map nebo plánů s měřítkem vyjádřeným poměrem | - všechny druhy měřících stupnic - veškeré a komplikované geometrické útvary a jejich kombinace | |
| Pravděpodobnost / Data - jednoduché grafy, tabulky, schémata s několika parametry a s hodnotami celých čísel - v textu jednoduchá celá čísla nebo statistické informace | - grafy, tabulky, schémata s běžnými daty včetně celočíselných procent, celočíselné stupnice s dílky vyznačenými po jednom, po dvou, po pěti, po deseti - data nebo statistické informace včetně celočíselných procent | - grafy, tabulky, schémata se složitějšími daty (ne skupinová data) - složitější data nebo statistické informace včetně běžného průměru, náhodných a pravděpodobnostních hodnot - měřítka: složitější celá čísla, zlomky nebo desetinná čísla | - složité grafy, tabulky, schémata včetně skupinových dat - složitá data nebo statistické informace včetně pravděpodobností, míry střední hodnoty) a rozptylu) | |

Faktor složitosti 4. Složitost typu operace/dovednost
Jak složitá je požadovaná matematická akce?

| Skóre 1 | Skóre 2 | Skóre 3 | Skóre 4 | Skóre 5 |
|--|---|--|---|---|
| Sdělovat - žádné vysvětlování – požaduje se jednoduchá prostá odpověď (ústně nebo písemně) | - žádné vysvětlování – požaduje se prostá odpověď (ústně nebo písemně) | - požaduje se prosté vysvětlení matematického postupu (úroveň 1 nebo 2) (ústně nebo písemně) | - požaduje se vysvětlení matematického postupu (úroveň 3) (ústně nebo písemně) | - požaduje se složité dokazování, zdůvodňování nebo vysvětlení |
| Počítat - jednoduché aritmetické operace (+, -, x, ÷) s celými čísly nebo penězi | - výpočty jednoduchých zlomků, desetinných a procentových hodnot - užití běžných převodů (třeba \$/lb.); časové výpočty atd - převody mezi běžnými ekvivalenty zlomků, desetinných a procentových hodnot, včetně měření např. $\frac{1}{4}$ kg = 0.250 kg | - složitější aplikace běžných aritmetických operací, jako je počítání se zlomky a složitějšími poměry, podíly, desetinnými čísly, procenty nebo proměnnými - jednoduché výpočty pravděpodobnosti | - aplikace dalších matematických operací jako je umocňování, odmocňování atd | - pokročilejší matematické techniky a dovednosti např. trigonometrie |
| Aproximovat | - aproximace a zaokrouhlování (pokud je potřeba) na celočíselné hodnoty nebo měnové jednotky | - aproximace a zaokrouhlování na požadovaný počet desetinných míst | - posouzení kontextu, zda nalezený výsledek je realistický, či ne a pozměnit výsledek odpovídajícím patřičným zaokrouhlením (které nezbytně nemusí být matematicky správné) | |
| Užít vzorec / model | - vyhodnocení daného vzorce s běžnými operacemi (+, -, x, ÷) | | - odvození, vytvoření a užití jednoznačného vzorce - užití strategie iterací a zpětného vyhledávání (např. 15 % z ? = \$ 255) | - schopnost zobecňovat - užití a b interpretace standardních algebraických a grafických konvencí a technik |
| Měřit - znalost přímého měření - pojmenování, počítání, porovnávání a třídění hodnot a tvarů | - vizualizace a popis tvarů, objektů nebo geometrických útvarů nebo vztahů - standardní měření pomocí běžných měřících pomůcek | - použití vlastností úhlů a souměrnosti k popisu tvarů či objektů - odhadování, provádění měření a vysvětlení měření včetně vkládání hodnot mezi stupně na měřítkách - převod mezi standardními měřnými jednotkami v rámci téhož systému | - výpočet míry střední hodnoty a rozptylu pro neskupinová data - převod mezi neběžnými jednotkami uvnitř téhož systému - výpočet permutací a kombinací | - převody mezi měřeními v různých systémech |
| Interpretovat - nalezení / rozpoznání dat v textech, grafech a tabulkách - orientace v mapách a směrech jako je vpravo, vlevo atd | - čtení a výklad dat z textů, grafů a tabulek - sledovat nebo určit směr | - vkládání dat do grafů - výpočet vzdálenosti podle měřítky mapy | - vytváření, pořádání a grafické znázornění neskupinových dat - extrapolace dat - čtení a interpretace trendů a zákonitostí dat v grafech, včetně sklonu / gradientu | - grafické zachycení seskupených dat - výpočet střední hodnoty a rozptylu skupinových dat |

